

Artículo recibido el 25 de mayo del 2018; Aceptado para publicación el 10 de agosto del 2018

El aprendizaje situado de la adición y la sustracción

The situated learning of addition and subtraction

Ana Cristina Santana Espitia¹
Jesús Armando Fajardo Santamaría²
Aura Nidia Herrera Rojas³

Resumen

Este estudio formula como hipótesis que el aprendizaje de la adición y la sustracción es un proceso de adecuación cognitiva y afectiva a prácticas sociales. La idea es que los aprendices desarrollan sus habilidades participando en prácticas culturales que se desarrollan en una situación espacio-temporal concreta y compartida con otras personas. En consonancia, la adquisición de dominio en la adición y la sustracción se puede evaluar en forma de ajuste cognitivo o afectivo a las actividades matemáticas cotidianas comunes en nuestro marco cultural. Para analizar esto se hizo un diseño factorial en el que se aplicó un instrumento de 30 ítems, con tres tipos diferentes de prácticas, a tres grupos de estudiantes de primer a tercer grado de educación básica primaria de Bogotá y del municipio de Mosquera. Los resultados obtenidos demuestran la independencia de las medidas de acierto y de descontento dirigido (ajuste cognitivo y afectivo, respectivamente), así como cierto paralelismo entre las tendencias centrales de estos dos estimadores a lo largo del proceso educativo. A su vez, se hallaron diferencias significativas en el desempeño que varían en función del tipo de práctica socio-cultural, con independencia del contenido y la estructura formal de los problemas presentados.

Palabras clave: Prácticas matemáticas; Normatividad situada; Descontento dirigido; Reacciones afectivas; Adición; Sustracción.

Abstract

This study hypothesizes that the learning of addition and subtraction is a process of cognitive and affective adaptation to social practices. The idea is that the apprentices develop their skills by participating in cultural practices that take place in a concrete space-time situation shared with other people. Accordingly, the acquisition of mastery in addition and subtraction can be evaluated in the form of cognitive or affective adjustment to everyday mathematical activities common in our cultural framework. To analyze this, a

¹ Candidata a Doctora en Psicología, Universidad Nacional de Colombia. Bogotá- Colombia. E-mail: acsantanae@unal.edu.co, acsantanae@gmail.com

² Doctor en Filosofía, Universidad Nacional de Colombia, Docente Universidad Manuela Beltrán, Bogotá-Colombia. E-mail: jesus.fajardo@docentes.umb.edu.co

³ Doctora en Diseños, Evaluación y Tecnología Informática en Ciencias del Comportamiento Universidad de Barcelona, Profesora Asociada y Directora del Laboratorio de Psicometría, Universidad Nacional de Colombia. Bogotá-Colombia. E-mail: anherrerar@unal.edu.co

factorial design was made in which a 30-item instrument was applied, with three different types of practices, to three groups of students from first to third grade of primary school in Bogotá and the municipality of Mosquera. The results obtained demonstrate the independence of the measures of success and directed discontent (cognitive and affective adjustment, respectively), as well as a certain parallelism between the central tendencies of these two estimators throughout the educational process. In turn, significant differences were found in performance that vary according to the type of socio-cultural practice, regardless of the content and formal structure of the problems presented.

Key words: Mathematical practices; situated normativity; directed discontent; Affective reactions; Addition; Subtraction.

1. INTRODUCCIÓN

La adquisición de la capacidad para adicionar y sustraer cantidades es uno de los hitos más importantes en la vida escolar de los niños. Cuando aprenden estas operaciones los niños orientan su comportamiento conforme a los criterios de corrección que otras personas en su entorno les han comunicado. Comúnmente se concibe que los niños alcanzan este logro porque llegan a comprender ciertos conceptos abstractos, relacionados con cambio, combinación, comparación o igualación de cantidades (Nesher, Greeno y Riley, 1982). En consecuencia, la mayoría de los programas de enseñanza están enfocados en promover el desarrollo de la capacidad para concebir las variaciones en las cantidades al adicionar o sustraer (Bonilla et al., 1999).

Debido a que se trata de una forma de conocimiento básico para la comprensión de conceptos aritméticos más complejos, el aprendizaje de la adición y la sustracción suele verse como un avance intelectual que fundamenta otros saberes puramente formales. De igual modo, como su adquisición está ligada a contextos escolares socialmente asignados en los cuales se efectúan actividades para la enseñanza de algoritmos y otro tipo de información abstracta, suele pensarse que lo que sucede en la mente de los niños cuando aprenden la adición y la sustracción es una revolución puramente conceptual (Maza, 2010). El modelo psicológico subyacente a este abordaje parece concebir la mente del niño como un repositorio de reglas y conceptos, que se enriquece por la actividad escolar y que se pone a disposición cada vez que el individuo se enfrenta a una situación en la que debe sumar o restar, pero hay diversas razones por las que este modelo implícito del aprendizaje carece de verosimilitud.

Autores como Carraher y Schliemann (2002) y Nunes y Bryant (2003) han señalado que hay una brecha entre las capacidades que los niños despliegan en el contexto escolar y sus habilidades para resolver problemas aritméticos en su entorno cotidiano. Lo interesante es que, por oposición a lo previsto por el modelo intelectualizado del aprendizaje, entre los patrones de comportamiento más recurrentes se encuentra el de los niños que exhiben ciertas dificultades para aprender en el entorno escolarizado, pero son plenamente capaces de resolver problemas aritméticos si se les coloca en una situación cotidiana a la que ya están habituados (Carraher, Carraher, y Schliemann, 2000).

Si la adquisición de la capacidad para resolver operaciones de adición y sustracción fuera un asunto relacionado únicamente con la obtención y aplicación de ciertas reglas y elementos conceptuales, no debería existir tal brecha entre el saber cotidiano y el escolar, puesto que los individuos podrían enfrentar cualquier tipo de problema sin importar su contenido, presentación o estructura formal recurriendo a esos saberes adquiridos en la escuela. De tal modo, para un modelo intelectualizado del aprendizaje de la matemática inicial, la existencia de individuos que resuelven exitosamente problemas aritméticos en la vida cotidiana pero simultáneamente fracasan en la escuela, resulta francamente inexplicable.

Un modelo psicológico alternativo, llamémoslo *situado* (Robbins y Aydede, 2009), concibe al infante como un individuo que participa en prácticas tanto dentro como fuera del entorno escolar transformando continuamente su comportamiento, cognición y afectividad de una manera que se ajusta a cada situación. En una propuesta tal no hay brecha entre dos tipos de saberes independientes (el académico y el de la vida cotidiana), sino una adaptación progresivamente más competente a situaciones que están interconectadas por los requerimientos intelectuales que le imponen a sus participantes.

En esta aproximación, el patrón en el que se presentan diversos perfiles de acierto según el contenido, presentación, estructura formal o tipo de actividad desarrollada para sumar o restar es fácilmente explicable con base en la diversidad y complejidad de las situaciones a las que ha estado expuesto el individuo.

Bajo el modelo situado, dar cuenta del aprendizaje de la adición y la sustracción consiste en comprender el *ajuste* de las acciones del niño en el seno de prácticas habituales en su

entorno cultural (Robbins y Aydede, 2009). La concordancia de sus respuestas con los requerimientos de la situación no sólo está relacionada con su capacidad para aplicar ciertos algoritmos sino además con la adaptación de su sensibilidad y sus despliegues comportamentales hacia los objetos, personas o entorno de la actividad conjunta en la que participa.

Un estudio orientado por el modelo situado debería considerar tres aspectos: (a) La interacción que se da entre el niño y otras personas que comparten la práctica con él o se la enseñan activamente, (b) Las normatividades que gobiernan cada situación aun cuando no sean enunciadas explícitamente por los participantes; son especialmente interesantes los patrones de actividad que se aprenden como ligados a una infraestructura, es decir, a ciertos objetos que comúnmente hacen parte de cada práctica cultural, y (c) Los estados mentales del infante *suscitados por aquello* que esté presente durante su participación en cada práctica. En esa medida, tanto las respuestas del niño como sus reacciones afectivas constituyen información sobre su aprendizaje porque hacen posible evaluar si su orientación concuerda con los estándares aceptados para dicha práctica.

Ahora bien, la estructura de las situaciones de aprendizaje de la adición-sustracción implica actividades en las que interactúan dos individuos que coinciden sobre un estímulo que corresponde a alguna configuración física del entorno inmediato a los participantes, este esquema coincide con lo que se conoce como *triangulación* (Davidson, 2001). En el proceso de enculturación matemática formal, que tiene como objetivo “iniciar a los niños en las simbolizaciones, las conceptualizaciones y los valores de la cultura matemática” (Bishop, 1999, p. 120) la triangulación que se da entre el docente o una persona que posee conocimiento y el aprendiz, es *asimétrica* (Duica, 2014). Esto está relacionado con que uno de los participantes (el docente), posee un repositorio de conceptos heredados de una tradición cultural (McDowell, 2003), y recurre a ese depósito común para introducir al niño en la resolución de problemas matemáticos.

En la enculturación formalizada el docente actúa reflexivamente orientando sus acciones de acuerdo con criterios conceptuales de la disciplina académica que enseña, mientras que el estudiante, que aún no cuenta con tal acceso al saber heredado, actúa (por lo menos al principio) irreflexivamente tratando de ajustar su comportamiento a los rastros de la

actividad del docente. Por oposición, en las situaciones de enculturación no formalizada, no hay una asimetría sustentada en la posesión de conocimientos académicos, pero si una relacionada con el *dominio en la práctica* de formas de actuación para adicionar y sustraer cantidades. Lo interesante es que, *en ambos casos el aprendiz procede siguiendo irreflexivamente el rastro de actividad de aquel que sabe* actuar en este tipo de situaciones. La gran diferencia entre los dos escenarios de aprendizaje reside en que en uno de ellos (el formalizado) el niño es impelido a mostrar reflexiva, explícita y conscientemente que su respuesta es consistente con los saberes académicos que se le han transmitido. Esto puede dar cuenta de la dificultad experimentada por los niños para aprender saberes formalizados y abstractos.

Hasta aquí se ha asumido que cuando el niño aprende la adición y la sustracción lo hace porque participa en una *práctica matemática*; es preciso definir entonces lo que cabe dentro de esa noción. Lave (1991) las define como “actividades cotidianas en entornos organizados culturalmente” (p. 29). Ahora bien, el escenario normal de aprendizaje en los entornos escolarizados es la actividad en el aula de clase; entre los especialistas se ha señalado que debe ser pensada como una comunidad de prácticas compartidas, en donde se construye el conocimiento matemático (D’ Amore, 2017; D’ Amore, Fandiño, Marazzani y Sbaragli, 2010).

Estas aproximaciones exigen responder dos preguntas: a) Dado que una práctica matemática es una situación cotidiana estructurada de cierta manera ¿Cómo es que se organiza? Y, en segundo lugar, b) Dado que se trata de prácticas compartidas por una comunidad ¿Cómo se pueden caracterizar y cuáles son sus rasgos decisivos cuando nos enfocamos en el aprendizaje de la adición y la sustracción?

Para responder la primera pregunta, el enfoque de la *normatividad situada* (Cussins, 2002; Rietveld, 2008) constituye una propuesta que puede dar cuenta de la organización de la actividad en diversos escenarios de aprendizaje. De acuerdo con Rietveld (2008) hay un aspecto normativo en la acción hábil incorporado en la forma de conducta afectiva (de contento- descontento) acorde con el flujo de la acción irreflexiva. En consonancia, los despliegues del niño y sus orientadores están interconectados por la expresión continua en

tiempo real de contento- descontento ajustado a los estándares (tanto en el plano conceptual como en el práctico) de la práctica en la que están involucrados.

Así pues, por ejemplo, cada vez que un aprendiz recibe monedas de cambio que no corresponden a la cantidad adecuada para alguna compra, la expresión de descontento de sus padres corrige su comportamiento en consonancia con alguna explicación que le muestra el error cometido.

La información normativa que orienta al aprendiz sobre cómo debe seguir puede expresarse explícitamente, como es claramente el caso de la enseñanza formal que realizan los maestros, o bien puede permanecer implícita en la forma de patrones de acción regulares en la cotidianidad que implican normalmente la interacción con ciertos objetos comunes (monedas, canicas, etc.).

Al analizar la actividad conjunta Okuyama, da Rocha y Bordini (2011) introdujeron la noción de *infraestructura normativa* para describir los elementos de la configuración física del entorno que suelen servir como depósitos de información sobre esas situaciones, los autores mencionan tres:

- a) *Objetos*: Se trata de cuerpos del ambiente físico que pueden ser manipulados durante los despliegues que cada individuo realiza, por lo cual sirven para quienes los usan como depósitos de información normativa.
- b) *Lugares*: Es un área del entorno circundante en la que se lleva a cabo la práctica y en la que están presentes los objetos “normativos”
- c) *Momentos*: Son los segmentos temporales donde se desarrolla la actividad, para la cual se encuentran disponibles los objetos “normativos”.

En el aprendizaje de la adición y la sustracción cada situación *práctica* tiene una normatividad situada implícita; esto es, cuando participan en situaciones que exigen sumar o restar, los niños reconocen los elementos de la infraestructura normativa, involucrándose en la actividad de resolución a través de la interacción con ciertos objetos y alguien más; los diversos cursos de acción que emprenden son corregidos por sus interlocutores, tanto implícitamente (por sus muestras de descontento dirigido a su despliegue) como explícitamente (en la forma de explicaciones sobre la corrección de sus respuestas).

Entonces, el aprendizaje se consolida cuando el niño despliega un comportamiento que se ajusta a los patrones situados para esa actividad y a los criterios conceptuales que otro, generalmente el maestro, trata de comunicarle.

Para responder a la segunda pregunta, las prácticas de aprendizaje matemático se pueden caracterizar de acuerdo con la articulación entre el comportamiento de los participantes y la infraestructura normativa, en las siguientes categorías:

a. *Prácticas corporeizadas*: Situaciones en las que el estudiante hace uso de partes de su cuerpo para realizar operaciones relacionadas con la agregación y el retiro de elementos (Aroca, 2015; Wasner, Moeller, Fischer y Nuerk, 2014). En este tipo de prácticas los objetos normativos son próximos al niño (son partes de su cuerpo), están presentes en lugares circundantes (lugares cercanos a su cotidianidad), y en el marco de un momento inmediato.

b. *Prácticas de investidura*: Son aquellas en las que la tradición cultural ha delineado cierta organización de la actividad, en estos casos el ajuste del individuo tiene que ver con su capacidad para orientarse en la situación con base en el reconocimiento de la infraestructura en la que se ha *invertido* las maneras adecuadas de proceder (Carraher, Carraher, y Schliemann, 2000; D'Amore y Fandiño, 2015; Nunes y Bryant, 2003; Van den Brink, 1984). En estas prácticas los objetos son *distales* (objetos concretos pero trascienden el cuerpo del niño), los lugares *son adscritos* (los objetos se vinculan con escenarios específicos asignados por la cultura), y el momento *es ocasional*.

c. *Prácticas formalizadas*: Tienen lugar en espacios académicos institucionalizados, se caracterizan por la invocación de información transmitida a través de la enseñanza, lo cual incluye criterios conceptuales y reglas que rigen las operaciones (Godino, Font, Wilhelmi y Arrieche, 2009; Lave, 1991). Son las prácticas que se aprenden en el proceso de enculturación matemática formal, las cuales exigen el reconocimiento y manipulación de objetos simbólicos (números y operadores).

Bajo este modelo situado del aprendizaje se puede dar cuenta de la *dificultad experimentada* por el niño, de una manera que trasciende la mera falta de concordancia de sus respuestas con el estándar aritmético. Así, cuando al niño le cuesta *ajustarse* a la

situación, despliega una reacción afectiva dirigida al objeto o aspecto insatisfactorio. Este estado psicológico que es a la vez apreciativo y reactivo recibe el nombre de *descontento dirigido*.

Según Rietveld (2008) el descontento dirigido evidencia el aspecto normativo de la acción irreflexiva. Se trata de una sensibilidad que la práctica regular afina en el marco de interacciones cotidianas y le permite al individuo apreciar posibilidades presentes en la situación.

La noción propuesta por Rietveld resulta útil para este estudio porque al incorporarla hace posible: (a) Caracterizar la conducta afectiva de los aprendices en el marco de los procesos de enculturación formal de las operaciones aritméticas, (b) Comprender las diferencias en el desempeño en diversos tipos de situaciones de aprendizaje atendiendo al desajuste normativo experimentado por el aprendiz, y (c) Dar cuenta tanto en el plano teórico como metodológico de aquellos casos en los que el individuo presenta dificultad para aprender la adición y la sustracción atendiendo no solo a la diferencia de su respuesta con respecto al estándar, sino también a la discrepancia de su afectividad con respecto al perfil de contenido-descontento que exhiben habitualmente los aprendices de su propio grupo de referencia.

El objetivo del presente estudio consiste en analizar la hipótesis según la cual *la adquisición progresiva de la adición y sustracción viene dada por el grado de ajuste de los infantes a la naturaleza de las prácticas matemáticas en las que participan, en términos de corrección práctica*. La evidencia favorable se expresará en un comportamiento diferencial por tipos de práctica de aprendizaje de acuerdo con el grado del estudiante. Además se mostrará que *se puede evaluar el ajuste del niño a la situación con base en su expresión afectiva dirigida al problema*, de ser así, los puntajes de contenido-descontento exhibirán una tendencia que varía según la estructura semántica de los problemas presentados al niño.

2. MÉTODO

2.1 Diseño

Se configuró un diseño factorial, que permite analizar el efecto de dos o más variables formando grupos con cada combinación de niveles de tales variables. Para ello se estructuró un diseño de 3 X 3, donde se analizan las *prácticas matemáticas* en tres modalidades

(corporeizadas, de investidura y formalizadas), en tres grupos de estudiantes en función de su *grado escolar* (primero, segundo y tercer grado de básica primaria). Las variables respuesta son el número de aciertos y el descontento dirigido a cada situación problema

2.2 Participantes

En el estudio participaron 50 estudiantes, distribuidos así: 10 niños y 5 niñas de grado primero, con edades entre 6 y 8 años; 8 niños y 9 niñas de grado segundo, con edades entre 7 y 9 años; y 9 niños y 9 niñas de grado tercero con edades entre 8 y 11 años. Los estudiantes pertenecen a una institución educativa (IE) no oficial de la ciudad de Bogotá y una IE oficial de Mosquera (Cundinamarca).

2.3 Instrumento

Se utilizó el Instrumento para Evaluación de Dificultad Experimentada en Situaciones de Adición y Sustracción (DESAS) de Santana y Herrera (2017) para analizar el desempeño en la resolución de tareas de adición y sustracción para las *prácticas matemáticas*, que incluye las tres categorías de prácticas explicadas anteriormente, cada categoría incluyó a su vez tres modalidades diferentes del siguiente modo: (a) *Corporeizadas*: Problemas de dedos, huellas y rondas infantiles; (b) *Investidura*: Situaciones con uso de monedas, juego de canicas y pasajeros de buses. (c) *Formalizadas*: Problemas de estados de cuenta, recta numérica y adición de números naturales

El DESAS incluye diez problemas diferentes, cada uno con su propia estructura semántica, siguiendo la clasificación de Carpenter, Hiebert y Moser (1981) sobre cambio, combinación, comparación e igualación, para un total de 30 ítems como se muestra en la Tabla 1.

<i>Organización formal</i>	<i>Prácticas matemáticas</i>			
	Corporeizadas	Investidura	Formalizadas	
Adición				
Cambio 1 CA1	Dedos	Monedas	Estados de cuenta	3
Combinación 1 CO1	Dedos	Monedas	Estados de cuenta	3
Comparación 3 CMP3	Dedos	Monedas	Estados de cuenta	3
Sustracción				
Cambio 2 CA2	Dedos	Monedas	Recta numérica	3

Cambio 3 CA3	Rondas	Canicas	Recta numérica	3
Cambio 4 CA4	Rondas	Canicas	Recta numérica	3
Combinación 2 CO2	Rondas	Canicas	Recta numérica	3
Comparación 1 CMP1	Huellas	Bus	Números naturales	3
Igualación 1 IG1	Huellas	Bus	Números naturales	3
Igualación 2 IG2	Huellas	Bus	Números naturales	3
TOTAL	10	10	10	30

Tabla 1. Distribución de los ítems de la prueba en cuanto a organización formal y prácticas matemáticas.

Fuente: *Tomada de Santana y Herrera (2017)*

De otra parte, DESAS evalúa el descontento mediante una *escala gráfica de descontento* (un arreglo de cinco caras tipo smiley, graduadas en el espectro descontento-contento, ver Figura 1) para que el niño indique qué tanto le gustó cada tarea presentada. La escala gráfica fue ideada para registrar el estado afectivo del niño dirigido a cada tarea. La codificación en la base de datos se realizó así: a=1, b=2, c=3, d=4 y e=5.



Figura 1. Escala gráfica de descontento.
Fuente: *Tomada de Santana y Herrera (2017)*

El instrumento mostró una confiabilidad de $\alpha = 0.774$ mediante el alpha de Cronbach para los aciertos y $\alpha = 0.866$ para la escala de descontento. En cuanto a evidencia de validez, los ítems de DESAS se sometieron a proceso de validez de contenido por juicio de expertos mediante agregados individuales, en las dimensiones de coherencia, claridad, relevancia y suficiencia. Asimismo el instrumento se analizó en dos dimensiones: Evaluación de las relaciones entre el constructo y el contenido del test, y evaluación de los factores contextuales internos y externos (Santana y Herrera, 2017).

2.4 Procedimiento

Los colegios se contactaron mediante cartas de invitación a participar en la investigación, dirigidas a los rectores de las instituciones educativas, junto con el formato de

consentimiento informado a ser diligenciado por los padres de familia. Una vez se obtuvo el visto bueno de los directivos de los colegios, se procedió a la selección de un curso por grado y se distribuyeron formatos de consentimiento informado a 10 niños y 10 niñas que quisieran participar voluntariamente en el estudio. Se aplicó el instrumento DESAS sólo a aquellos estudiantes que entregaron el formato debidamente firmado por el padre o madre de familia.

La prueba se aplicó mediante una interfaz interactiva por medio del lenguaje de programación para experimentos psicológicos PEBL-2 (Mueller y Piper, 2014). La aplicación del instrumento se llevó a cabo de manera individual, teniendo en cuenta el protocolo de aplicación diseñado para la prueba, y se empleó para este estudio la base de datos de la validación del instrumento (Santana y Herrera, 2017).

La estrategia de análisis se realizó en tres fases. En primer lugar, se realizó análisis de varianza (ANOVA) de dos vías por rangos de Friedman para muestras relacionadas, a fin de examinar si las medidas poseen la misma distribución de probabilidad; ya que se obtienen dos mediciones de la misma muestra de estudiantes: aciertos y escala de descontento. Posteriormente se realizó ANOVA paramétrico de 1 factor y ANOVA de 1 factor de Kruskal-Wallis para muestras independientes, donde se analizaron las diferencias de medias de acierto y descontento dirigido a nivel general, por prácticas y por estructura semántica de los problemas, para cada curso. Se emplea el ANOVA de Kruskal-Wallis cuando no se cumplen los supuestos paramétricos necesarios para la aplicación del ANOVA (homogeneidad de varianzas y distribución normal). También se obtuvo prueba *t* para muestras relacionadas, a fin de analizar las diferencias en descontento dirigido, teniendo en cuenta las comparaciones pareadas de estructura semántica de los problemas.

Finalmente, para caracterizar el ajuste del niño a la situación con base en su expresión afectiva dirigida al problema, se realizó un análisis factorial de las puntuaciones de acierto y descontento dirigido según la estructura semántica de las situaciones aditivas, mediante componentes principales y rotación varimax, con el propósito de obtener componentes generales en virtud de las correlaciones entre las variables. Los análisis estadísticos se realizaron en el programa SPSS 24.0.

3. RESULTADOS

Los datos obtenidos muestran que las distribuciones de aciertos y de contenido-descontento dirigido son independientes ($F_{r(1, N = 50)} = 50, p = .000$), por lo cual se puede decir que se trata de dos aspectos diferenciables del despliegue comportamental del niño cuando responde a cada tarea aritmética que se le presentó.

El ANOVA de 1 factor de Kruskal-Wallis para muestras independientes indica que el acierto aumenta progresivamente conforme los niños avanzan de grado, lo cual se expresa en diferencias significativas de desempeño de acuerdo con el curso ($KW_{(2,50)} = 18.644, p=.000$). La Figura 2 muestra el comportamiento general de las variables de acuerdo con el curso de los estudiantes.

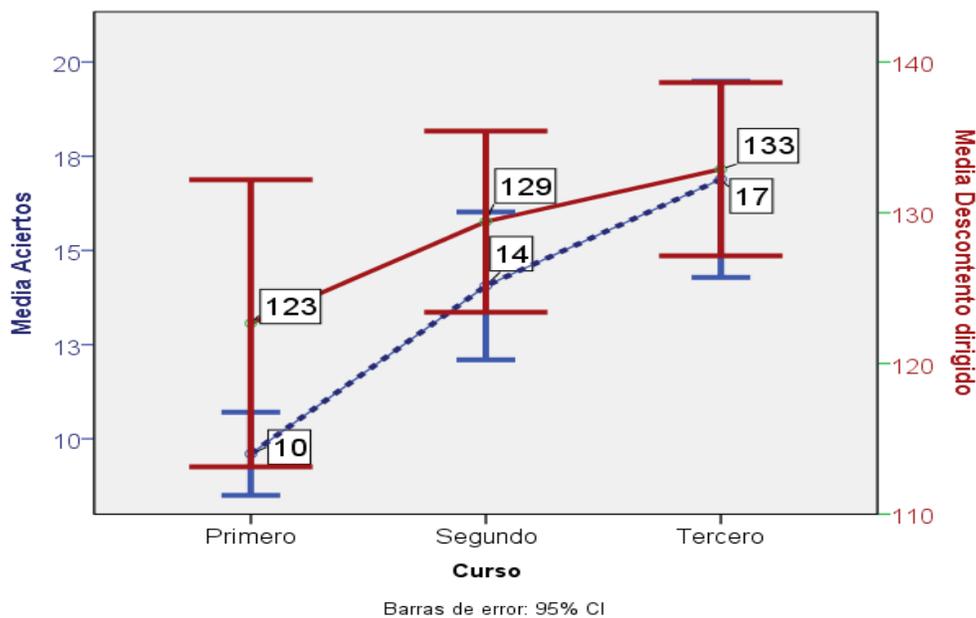


Figura 2. Medias de acierto y de descontento dirigido, por curso
Fuente: Autores.

Se halló una variación interesante respecto a la dispersión de las respuestas en las dos variables: Mientras que en el caso del contenido la desviación estándar tiende a disminuir conforme el curso del niño es más avanzado (primero = 17.20, segundo = 11.70 y tercero = 11.57), en el caso del acierto tiende a aumentar en los cursos más avanzados (primero = 1.99, segundo = 3.81 y tercero = 5.23)

Se encontraron diferencias significativas en el número de aciertos en cada curso de acuerdo con el tipo de práctica: *Formalizadas* $F_{(2, 47)} = 17.184$, $p = .000$; *investidura* $F_{(2, 47)} = 4.584$, $p = .015$ y *corporeizadas* $F_{(2, 47)} = 5.846$, $p = .005$). Como puede verse en la Figura 3, los niños que recién empiezan el proceso de enculturación formal se desempeñan mejor en tareas de investidura y los de grados más avanzados lo hacen mejor en las formalizadas, todos sin excepción tienen un nivel más bajo de desempeño en las tareas corporeizadas.

Del mismo modo se encontraron diferencias de desempeño referidas al tipo de estructura semántica de los problemas: *Cambio* $F_{(2, 47)} = 12.348$, $p = .000$; *comparación* $F_{(2, 47)} = 6.993$, $p = .002$; e *igualación* $F_{(2, 47)} = 4.544$, $p = .016$). La Figura 4 muestra de manera consistente que el grado de acierto está relacionado con la estructura semántica de los problemas de una manera tal que los problemas de cambio resultan ser los más fáciles y los de igualación los más difíciles, consistente con la literatura (Carpenter, Hiebert y Moser, 1981).

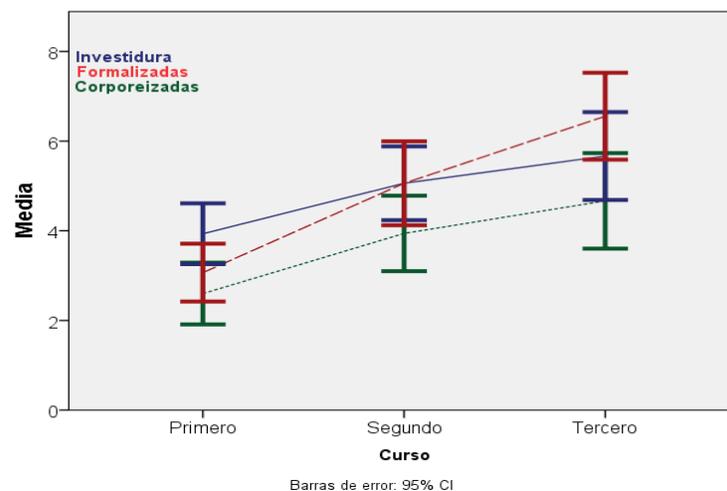


Figura 3. Medias de acierto por curso según tipo de práctica
Fuente: Autores.

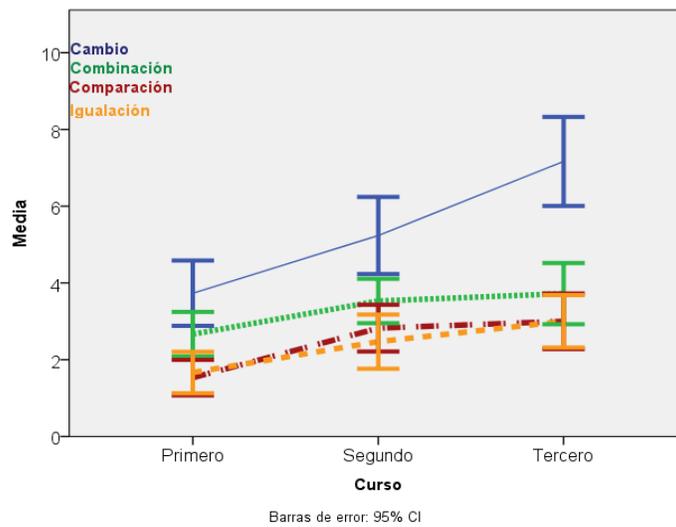


Figura 4. Media de acierto por curso según estructura semántica de las situaciones aditivas.
Fuente: Autores.

No se hallaron diferencias significativas en la expresión de contenido de acuerdo con el tipo de práctica para cada curso, pero sí una de acuerdo con la estructura semántica del problema (ver Figura 5), cuando se calcula con prueba t para muestras relacionadas. Así, en los problemas de cambio hay una mayor posibilidad de expresar contenido que en los de las otras tres formas semánticas (Par *cambio-combinación*, $t_{(49)} = -37.823$, $p = .000$; *cambio-comparación* $t_{(49)} = -39.958$, $p = .000$; y *cambio-igualación* $t_{(49)} = 33.883$, $p = .000$)

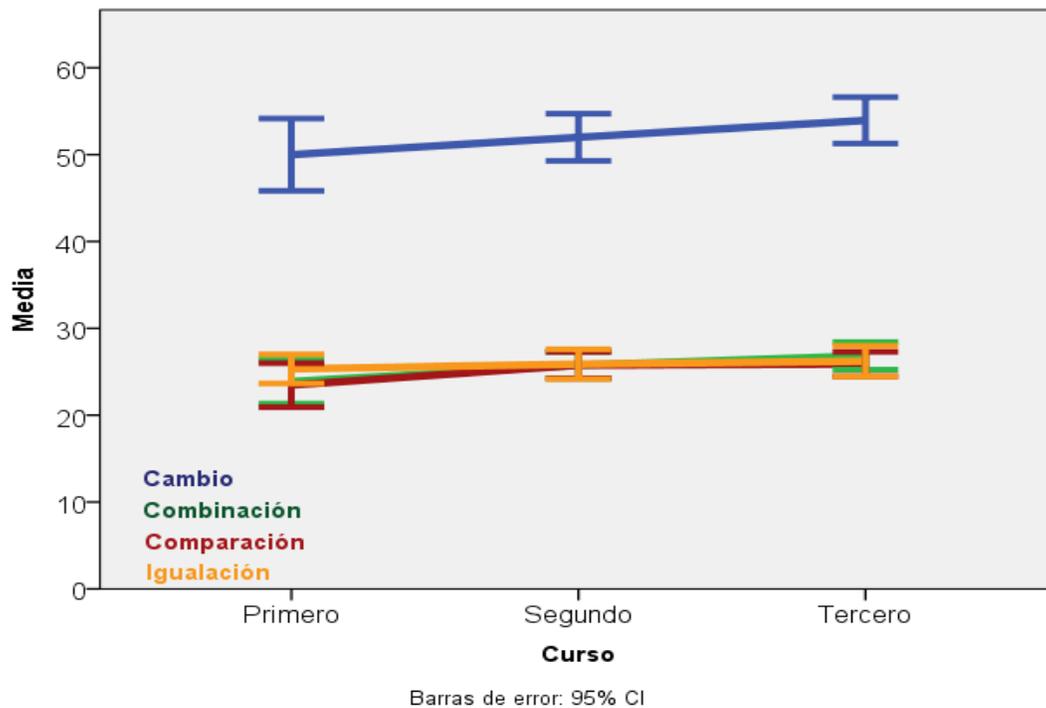


Figura 5. Medias de descontento por curso según estructura semántica de las situaciones aditivas.
Fuente: Autores

El análisis factorial por componentes principales, de *aciertos y descontento dirigido* por tipo de problema se realizó bajo la premisa de que los treinta ítems corresponden a diez estructuras semánticas que se presentaron en las tres modalidades de práctica (Ver tabla 1). El índice KMO de .723 muestra que los datos permiten realizar este tipo de análisis. Se obtuvieron tres factores que explican el 47,85% de la varianza (26,04%, 14,98% y 6,82%, respectivamente). La estructura factorial se detalla en la tabla 2.

	Componentes		
	1	2	3
Acierto Cambio1			,427
Acierto Combinación1		,619	
Acierto Comparación3			
Acierto Cambio2			,520
Acierto Cambio3		,461	,425
Acierto Cambio4		,740	
Acierto Combinación2		,814	
Acierto Comparación1		,524	,578
Acierto Igualación1			,805
Acierto Igualación2			
Contento Cambio1	,520		
Contento Combinación1	,848		

Contenido Comparación3	,542	
Contenido Cambio2	,608	
Contenido Cambio3	,427	-,425
Contenido Cambio4		
Contenido Combinación2	,713	
Contenido Comparación1	,776	
Contenido Igualación1	,430	
Contenido Igualación2	,650	

Tabla 2. Estructura factorial de acierto y contenido-descontento por estructura semántica.

Fuente: *Autores*.

Se seleccionaron los tres factores mayores a 1.35 en valor propio, y su composición muestra que en el primer factor se agrupan las valoraciones de contenido, por estructura semántica. El segundo y tercer factor incluyen los aciertos por estructura semántica, donde se agrupan problemas que comparten configuraciones semánticas específicas.

4. DISCUSIÓN

Los hallazgos son consistentes con la idea de que el aprendizaje de las operaciones de adición y sustracción se comprende mejor bajo un modelo situado en el que el tipo de actividad desarrollada es importante para entender el avance del aprendiz (Ver Figura 3). La escala de contenido-descontento resultó ser un estimador muy importante para dar cuenta de la *dificultad* experimentada por el niño a la hora de resolver tareas de adición y sustracción puesto que es una medida sensible a la variación de la estructura semántica de los problemas (Ver Figura 5), que muestra un perfil de acierto consistente con los patrones de dificultad ampliamente señalados en la literatura (Carpenter, Hiebert y Moser, 1981).

Cabe anotar que la aproximación metodológica empleada en la investigación busca conocer la manera como *cada* estudiante se *ajusta* a los requerimientos y componentes normativos que configuran las situaciones de adición y sustracción, y requiere por ello un abordaje individual, personalizado, lo que dificulta la aplicación masiva del mismo en contextos escolares con un alto número de estudiantes, porque lo que se pretende es desde escenarios de triangulación asimétrica conocer de primera mano las dificultades de los niños en el aprendizaje de estas operaciones aritméticas.

Hay cuatro temas que vale la pena explorar con mayor profundidad para entender los alcances de un modelo situado del aprendizaje de la adición y la sustracción. En primer

lugar, hay que destacar las diferencias en el aprendizaje de las diversas modalidades de práctica. Mientras que en grado primero las prácticas de investidura son la situación más favorable para el éxito del aprendiz, en el proceso de escolarización parece recurrirse menos a ellas, al punto que entre los estudiantes de grado tercero la modalidad formalizada se impone como el escenario que más facilita el ajuste a la tarea. Nuestra sospecha inicial era que en las prácticas corporeizadas se obtendría un éxito mayor debido a la disponibilidad inmediata de elementos manipulables en el cuerpo, sin embargo, los resultados muestran que la situación de aprendizaje “natural” supone una interacción mediada por otras personas y objetos externos (las prácticas de investidura) lo cual es consistente con una versión *triangular* del modelo situado (Aprendiz – Otra persona – Objeto).

En segundo lugar, las diferencias en el comportamiento de las medidas de acierto y contenido revelan que cada estimador apunta a un aspecto distinto del ajuste del niño a la tarea. La sensibilidad de la medida de acierto tanto a la estructura semántica como a la modalidad de práctica es consistente con el reclamo de que hay *dos componentes normativos, un estándar teórico y un patrón de actividad práctico*, a los que el niño debe ajustarse cuando aprende la adición y la sustracción. Vale la pena insistir en esto, si no existieran diferencias en términos de acierto respecto del tipo de práctica se podría asumir sin más la verosimilitud de algún modelo intelectualizado del aprendizaje, pero el hallazgo de las mismas, cuenta en favor de un abordaje situado. El hecho de que la escala de contenido no sea sensible a los diferentes tipos de práctica, muestra que no se trata de un estimador relacionado con la organización de la actividad sino con la experiencia personal de dificultad en una tarea dada (ver Figuras 4 y 5). Esto es perfectamente consistente con el modelo situado porque, como se ha mencionado en la Introducción, el contenido-descontento dirigido es un fenómeno psicológico del aprendiz que revela su adecuación irreflexiva a una situación en la que hay otros componentes. De tal forma, en un modelo situado *triangular*, el contenido-descontento nos permite comprender sólo una arista correspondiente a la interacción aprendiz-objeto; se necesitan otros estimadores para completar el modelo.

En tercer lugar, el comportamiento de los datos con respecto al curso (formando una curva ascendente) sugiere que las diferencias entre cursos son altamente sensibles a la variación en el tiempo, los efectos de la enculturación escolarizada y las diferencias relativas al entorno escolar de los aprendices (ver Figura 2). Las diferencias que se detectaron relacionadas con el grado que cursan los aprendices nos muestran que la escuela incide fuertemente en el aprendizaje.

En cuarto lugar, el descubrimiento de tendencias tan consistentes habla en favor de las ideas expuestas anteriormente. El análisis factorial de acierto y descontento por estructura semántica reveló que el primer factor explica un alto porcentaje de varianza, este factor incluye la propensión de los niños a *mostrar contento* en los problemas presentados, y esto puede interpretarse de una manera congruente con un modelo situado del aprendizaje, donde la dimensión *afectiva se dirige y responde* a los requerimientos normativos de los problemas aditivos.

Teniendo en cuenta que el segundo y tercer factor recogen los puntajes de acierto de algunas estructuras semánticas, la primera impresión es que hay algún aspecto presente sólo en esas configuraciones que determina la experiencia del niño. Un examen detallado de los ítems sugiere que hay unos problemas que incluyen necesariamente elementos lingüísticos como términos comparativos o contextuales (más que, menos que, el lobo se comió, etc.) cuyo análisis puede ser relevante. Recurrimos a las teorías del razonamiento humano y en específico al modelo lingüístico para el caso del “efecto de los comparativos” (Santamaría, 1995) y encontramos que acorde con el modelo propuesto por Herbert Clark (Clark, 1969) estos términos añaden información implícita al problema *marcando* la orientación del individuo en la tarea, por lo cual, y en consonancia con la idea de descontento dirigido podrían afectar el ajuste afectivo del niño.

Ideamos una representación simbólica de las estructuras semánticas siguiendo los parámetros propuestos por la teoría de los modelos mentales con el fin de examinar los requerimientos representacionales de las tareas (Gentner, 2002). La idea básica es que la información implícita se representa entre paréntesis y las transformaciones se muestran en la configuración espacial del modelo. Las flechas representan el sentido del marcaje (adicionar o sustraer). El resultado se muestra con mayor detalle en la Figura 6.

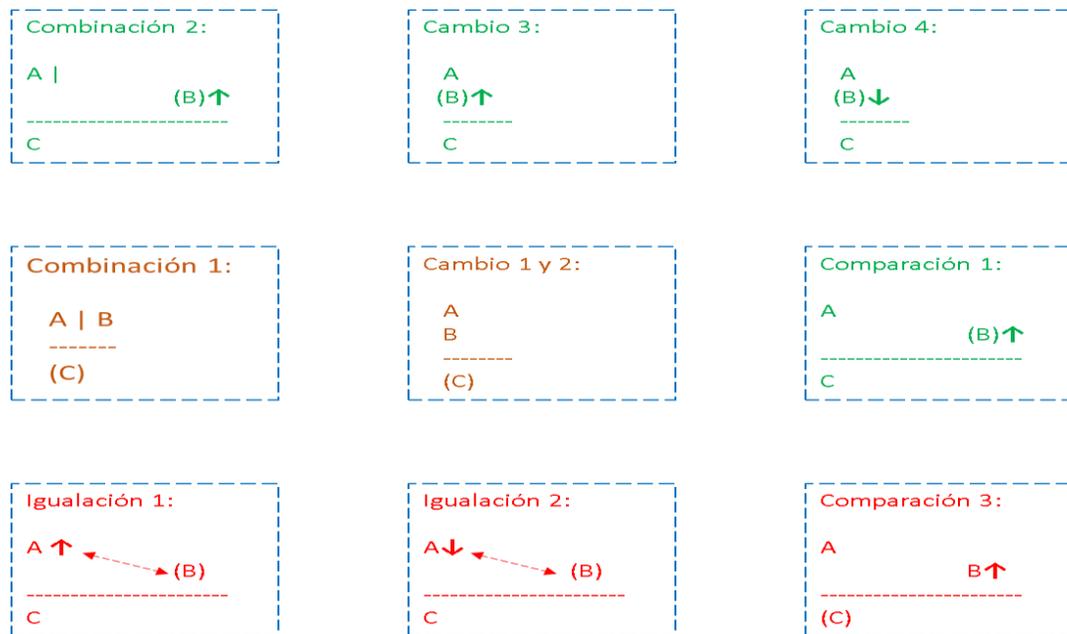


Figura 6. Orientación del ajuste y requerimientos en memoria de trabajo de las diferentes estructuras semánticas
Fuente: *Autores.*

Las cargas en el segundo factor coinciden con los patrones de orientación de la resolución, de una manera tal que hay unos problemas cuya estructura semántica marca explícitamente el sentido de la operación (cambio 3, cambio 4, combinación 2 y comparación 1) lo cual facilita el ajuste del individuo a la situación. También en este factor aparece Combinación 1 y esto se explica porque en el medio cultural colombiano se emplean con frecuencia problemas de conjuntos para la enseñanza de la adición.

En el tercer factor, la presentación de la información no incluye elementos facilitadores (cambio 1 y cambio 2); y hay otros problemas cuya estructura semántica exige recordar explícitamente información adicional relacionada con alguno de los términos (Igualación 1), lo cual incide negativamente en el ajuste afectivo del individuo a la situación.

Este estudio abre nuevos interrogantes que exigen investigación adicional. Cabe destacar que la precisión del modelo podría ser evaluada mediante la realización de procedimientos que consideren de una manera más precisa el tiempo de aprendizaje y de respuesta frente a cada tipo de problema. La consistencia del modelo también puede ser evaluada a la luz de procedimientos estadísticos adicionales que confirmen la estabilidad de las tendencias que

hemos descrito.

Finalmente, un estudio más detallado podría incluir prácticas de entornos culturales diferentes al de la mayoría de la población colombiana. Uno de ellos estriba en la posibilidad de ampliar el modelo situado y la perspectiva triangular en el abordaje de las prácticas matemáticas en diversos grupos étnicos o poblacionales específicos colombianos. Si bien en Colombia se han realizado estudios desde la etnomatemática (Blanco-Álvarez, 2006) en cuanto el desempeño de poblaciones en la solución de situaciones que usan un saber matemático relacionado con requerimientos aditivos y sustractivos, en particular con adultos analfabetas (Mariño, 1985, 1990), albañiles (Rey y Aroca, 2010), y calibradores⁴ (Aroca, 2015), hay mucho por hacer para comprender el ajuste a prácticas sociales en ciertos grupos como niños que hacen la transición de preescolar a primaria, y de primaria a secundaria, niños con altos niveles de repitencia o deserción escolar, y grupos étnicos donde su cosmovisión y prácticas ancestrales permean el aprendizaje de los conceptos matemáticos.

AGRADECIMIENTOS

Esta investigación fue apoyada por el Departamento Administrativo de Ciencia, Tecnología e Innovación (COLCIENCIAS) y COLFUTURO, en el marco de la Convocatoria de Doctorados Nacionales 647 de 2014.

REFERENCIAS

- Aroca, A. (2015). ¿Sumar = restar? una perspectiva etnomatemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 8(2), 237-255.
- Blanco-Álvarez, H. (2006). La Etnomatemática en Colombia. Un programa en construcción. *BOLEMA. Boletim de Educação Matemática*, 19(26), 49-75.
- Bishop, A. (1999). *Enculturación matemática: La educación matemática desde una perspectiva cultural*. Barcelona: Paidós Ibérica.
- Bonilla, M., Sánchez, N., Vidal, M., Guerrero, F., Lurduy, J., Romero, J., Rojas, P., Mora, L., & Barón, C. (1999). *La enseñanza de la aritmética escolar y la formación del profesor*. Bogotá: Grupo Editorial Gaia.

⁴ Personas que desempeñan el oficio de controlar los tiempos de las rutas de transporte urbano (Aroca, 2015, p. 237)

Santana Espitia, A. C., Fajardo Santamaría, J. A., & Herrera Rojas, A. N. (2018). El aprendizaje situado de la adición y la sustracción. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 11(2), 98-119.

Carraher, T., Carraher, D., & Schliemann, A. (2000). *En la vida diez en la escuela cero*. México: Siglo Veintiuno.

Carraher, D. & Schliemann, A. (2002). Is everyday mathematics truly relevant to mathematics education? In J. Moshkovich y M. Brenner (Eds.) *Everyday and Academic Mathematics in the Classroom. Monographs of the Journal for Research in Mathematics Education* (pp. 131-153), United States: National Council of Teachers of Mathematics.

Carpenter, T., Hiebert, J., & Moser, J. (1981). Problem Structure and First-Grade Children's Initial Solution Processes for Simple Addition and Subtraction Problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, 12(1), 27-39.

Clark, H. (1969). Linguistic processes in deductive reasoning. *Psychological Review*, 76(4), 387-404.

Cussins, A. (2002). Experience, thought and activity. En Y. Gunther. (Ed.), *Essays on Nonconceptual Content* (pp.147-163). Massachusetts, United States: MIT Press.

D'Amore, B. (2017). Algunos elementos relevantes de la didáctica de la matemática interpretados en clave sociológica. En: B. D' Amore & L. Radford, L. (Eds.), *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: Problemas semióticos, epistemológicos y didácticos* (pp.29-42) Universidad Distrital Francisco José de Caldas: Doctorado Interinstitucional en Educación. Recuperado de http://die.udistrital.edu.co/sites/default/files/doctorado_ud/publicaciones/ensenanza_y_aprendizaje_de_las_matematicas_problemas_semioticos_epistemologicos_y_practicos.pdf

D'Amore, B., & Fandiño, M. (2015). Propuestas metodológicas que constituyeron ilusiones en el proceso de enseñanza de la matemática. *Educación Matemática*, 27(3), 7-43.

D'Amore, B., Fandiño, M., Marazzani, I., & Sbaragli, S. (2010). *La didáctica y la dificultad en matemática. Análisis de situaciones con falta de aprendizaje*. Bogotá: Magisterio.

Davidson, D. (2001). The Emergence of thought. En D. Davidson. (Ed.), *Subjective, Intersubjective, Objective* (pp. 123-134). Oxford, England: Clarendon Press.

Duica, W. (2014). *Conocer sin representar. El realismo epistemológico de Donald Davidson*. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia.

Gentner, D. (2002). Mental models, Psychology of. En N. J. Smelser & P. B. Bates (Eds.), *International Encyclopedia of the Social and Behavioral Sciences* (pp. 9683-9687). Amsterdam: Elsevier Science.

Godino, J., Font, V., Wilhelmi, M., & Arrieche, M. (2009). ¿Alguien sabe qué es el número? *Unión. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 19, 34-46.

Lave, J. (1991). *La cognición en la práctica*. Barcelona: Paidós Ibérica.

Mariño, G. (1985). *¿Cómo opera matemáticamente el adulto del sector popular?: constataciones y propuestas*. Bogotá: Dimensión Educativa.

- Mariño, G. (1990). La resta desde los sectores populares. En: Centro Laubach de Educación Popular Básica de Adultos; Consejo de Educación de Adultos de América Latina y Dimensión Educativa. (Comps.), *La enseñanza de la matemática con los adultos de los sectores populares: Experiencias e investigaciones* (pp. 151-157). Bogotá: Dimensión Educativa.
- Maza, C. (2010). *Aritmética y Representación: De la comprensión del texto al uso de materiales*. Barcelona: Paidós.
- McDowell, J. (2003). *Mente y mundo*. Salamanca: Sígueme.
- Mueller, S. T., & Piper, B. J. (2014). The Psychology Experiment Building Language (PEBL) and PEBL Test Battery. *Journal of Neuroscience Methods*, 222, 250-259.
- Nesher, P., Greeno, J., & Riley, M. (1982). The development of semantic categories for addition and subtraction. *Educational Studies in Mathematics*, 13(4), 373-394.
- Nunes, T., & Bryant, P. (2003). *Las matemáticas y su aplicación: La perspectiva del niño*. Barcelona: Siglo XXI.
- Okuyama, F., Da Rocha, A., & Bordini, R. (2011). Situated Normative Infrastructures: The Normative Object Approach. *Journal of Logic and Computation*, 23(2), 397-424.
- Rey, F., & Aroca, A. (2010). Medición y estimación de los albañiles, un aporte a la educación matemática. *Revista U.D.C.A. Actualidad y Divulgación Científica*, 14(1), 137-147.
- Rietveld, E. (2008). Situated normativity: The normative aspect of embodied cognition in unreflective action. *Mind*, 117 (468), 973-1001.
- Robbins, P., & Aydede, M. (2009). *The Cambridge Handbook of Situated Cognition*. New York, United States: Cambridge University Press. Recuperado de http://comphacker.org/pdfs/631/situated_cognition.pdf
- Santamaría, C. (1995). *Introducción al razonamiento humano*. Madrid: Alianza Editorial.
- Santana, A. C., & Herrera, A. N. (2017). *Validez de contenido y pilotaje del Instrumento para Evaluación de Dificultad Experimentada en Situaciones de Adición y Sustracción (DESAS)*. Comunicación breve presentada en RELME 31 Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa, Lima-Perú.
- Van den Brink, J. (1984). Numbers in contextual frameworks. *Educational Studies in Mathematics*, 15(3), 239-257.
- Wasner, M., Moeller, K., Fischer, M., & Nuerk, H. (2014). Aspects of situated cognition in embodied numerosity: the case of finger counting. *Cognitive Processing. International Quarterly of Cognitive Science*, 15, 317-328.