

Artículo recibido el 04 de abril del 2017; Aceptado para publicación el 13 de agosto del 2018

## **Punto de vista aritmético del canon anatómico de Teotihuacán** **Arithmetical point of view of Teotihuacan's anatomical canon**

Ignacio Colmenero-Vargas<sup>1</sup>

### **Resumen**

En 2016 encontré un posible canon anatómico en el análisis geométrico de la distribución urbana de Teotihuacán. Reflexioné cómo de universal pudo haber sido la idea de inscribir la figura humana en cuadrado y círculo. Pero llega el momento de analizar los resultados bajo un punto de vista aritmético, por ejemplo, evaluando sus aproximaciones al valor exacto de pi, viendo cómo de representativas llegan a ser las dos unidades de medida que se extraen de dicho canon. El resultado me lleva a considerar que estas unidades son más representativas que las actuales, independientemente de cuál sea su origen. En dicha representatividad manejo números muy redondos para algunas constantes, por tanto, de memorización y cálculo fáciles. De todos modos, sopesando todos los vínculos existentes me extrañaría que su origen no fuera el teotihuacano. En el proceso se van a crear muchos vínculos entre unos temas y otros, de tal modo, que parece difícil comprender toda la dimensión de un tema en concreto sin referirse a muchos más. No creo en la separación de los problemas para dar una solución a cada uno sino en una combinación de soluciones para el total de problemas. Las potencias son aplicables a las cuentas mesoamericanas de tiempo y a la inversa, la proporción 13/20 de dichas cuentas tienen más aplicaciones. No puedo asegurar que los resultados no sean mejorables, pues el método que seguí es el de una búsqueda intuitiva de relaciones matemáticas. Pero espero que este estudio haya creado el interés de otros investigadores y maestros sobre los números cúbicos con su relación a la teoría de números, los incorporen a sus estudios y clases, y el uso de los ábacos se extienda.

**Palabras clave:** Teotihuacán; Antropometría; Universalidad; Egipto; Renacimiento; Representatividad; Astrodinámica; Geodesia; Geometría; Pi; Aritmética; Potencias; Cuadrados; Cubos; Bases; Vigesimal; Octal.

### **Abstract**

In 2016 I found a possible anatomical canon in the geometric analysis of Teotihuacán's urban distribution. I thought since of universally could have been the idea of inscribing the human figure in square and circle. But there comes the moment to analyze the results under an arithmetical point of view, for example evaluating his approximations to the exact value of pi, seeing since of representative they manage to be both units of measure that are extracted from the above mentioned canon. The result leads me to thinking that these units are more representative than the current ones, independently of which is his origin. In the above mentioned representation I handle very round numbers for some constants, therefore of easy memorization and calculation. Anyhow weighing all the existing links I would be surprised that his origin was not the teotihuacano. In the process many links are going to be created between a few topics and others, of such a way, which seems to be difficult to understand the whole dimension of a topic in concretly without referring to many more. I do not believe in the separation of the problems to give a solution to each one but in a combination of solutions for the total of problems. The powers are applicable to the Indo-American accounts of time and inversely, the proportion 13 of the above mentioned accounts have more applications. I cannot to assure that the results should not be improvable, since the method that I followed is that of an intuitive search of mathematical relations. But I hope that this study has created the interest of other investigators and teachers on the cubic numbers with his relation to the theory of numbers, they incorporate them into his studies and classes, and the use of abaci spreads.

**Key words:** Teotihuacan; Anthropometry; Universality; Egypt; Renaissance; Representation; Astrodynamics; Geodesy; Geometry; Pi; Arithmetic; Powers; Squares; Cubes; Bases; Vigesimal; Octal.

---

<sup>1</sup> Técnico superior en administración de sistemas informáticos. Instituto de Educación Secundaria Marqués de Comares. Cabra, Córdoba, España. Email: [inv.diesel@gmail.com](mailto:inv.diesel@gmail.com)

## 1. INTRODUCCIÓN

### 1.1 Problemática

En la creación de vínculos entre las matemáticas mesoamericanas y una serie de problemas matemáticos, lo único cierto es su relatividad. Nos encontramos con falta de información directa de los autores de esas matemáticas, ese anonimato implica que no se pueda probar cuales fueron las intenciones de dichos autores. Voy a plantear si podían, con 2 medidas de longitud, representar su entorno tanto espacial como temporal, la anatomía humana y conceptos matemáticos como pi.

El único camino que se me ocurre para ello es el de la búsqueda de relaciones matemáticas, quizás intuitiva en exceso, y seleccionar aquellas que se ajusten cualitativamente con soluciones más precisas y cuantitativamente a más problemas. Por otro lado, si bien no se puede probar su origen mesoamericano, estos resultados no solo pueden destinarse a Mesoamérica, si no a otros lugares de la historia y a la actualidad, eso es, comparando las soluciones actuales con las soluciones que propongo.

Esta aplicación actual puede ser un estímulo para los estudiantes pertenecientes a diversas culturas o interesados por ellas. Se puede, por un lado, enseñar problemas matemáticos en casos prácticos que pertenezcan a dichas culturas, y como la solución que ofrezco se basa en su representatividad de numerosos conceptos de nuestro entorno, incluye valores muy redondos que serían fáciles de memorizar y operar con ellos. Por otro lado, sabiendo que con las matemáticas de las mismas se ofrecen soluciones quizás mejores que las empleadas hoy, quieran hacerse matemáticos y ampliar o mejorar el abanico de estas soluciones.

### 1.2 Pregunta de investigación

Para este artículo he seleccionado la relación entre las matemáticas mesoamericanas con especial inca pie en la proporción  $13/20$  y en los números cúbicos, y problemas como la aproximación racional o geométrica a pi, el ideal de un canon anatómico y el uso de unidades de medidas representativas de nuestro entorno.

¿Cuántos elementos he podido integrar en dicho vínculo y cuanta precisión he alcanzado, dicha cantidad y precisión es la máxima posible? ¿Conozco algún otro vínculo al mismo

tiempo más versátil y más preciso, puedo esperar no conocer en el futuro uno nuevo y diferente que supere en todo a este?

### **1.3 Antecedentes**

Anterior a este estudio nos encontramos con las mediciones de la ciudad mesoamericana de Teotihuacán por Hugh Harleston (2008), que desarrolló, años 70, una unidad de medida que representaba bien las medidas terrestres, concretamente el radio polar terrestre razón 1 a 6000000, y por Saburo Sugiyama, que desarrolló, principios de este siglo, otra unidad de medida encontrando distancias consecutivas de 1000 unidades en la ciudad, barajando además la posibilidad de que dicha unidad fuera antropométrica. Las mediciones de Harleston son en gran medida las que he usado pero las de Sugiyama son las que me dio seguridad en mi descubrimiento del canon anatómico teotihuacano, porque la altura humana representada son 2000 unidades de Sugiyama.

También nos encontramos el planteamiento por Huberto Quiñones Garza y David Pájaro Huertas (2011) de que el ciclo maya de 819 días no corresponde directamente a un ciclo astronómico por lo que es posible que su sentido matemático vaya por otro camino, aportando ellos (Quiñones & Pájaro) la aproximación a pi de 3.15 proporción de dicho ciclo con el de 260 días mucho más conocido en la actualidad. En este caso yo busqué un modo alternativo de aproximarse más a pi y encontré que  $11^3/8^3 = 2,599609375$  es 22,00008796/15 veces raíz de pi, siendo  $819=11^3-8^3$  mientras que la proporción entre unidades de Harleston y de Sugiyama 7657/6000 es 17,9999985/25 veces raíz de pi.

El antecedente más cercano es mi estudio geométrico de dicho canon anatómico (Colmenero-Vargas, 2016) de proporción entre altura y envergadura 7657/8000 siendo  $8000=20^3$  y  $7657=20^3-7^3$ .

### **1.4 Marco Teórico**

Un punto de vista de este estudio es la solución natural. Un ser de la naturaleza es una solución suficiente para todos los problemas que se encuentra. No se trata de la mejor solución para un solo problema que resulta de la abstracción de la mente humana o del aislamiento de sus laboratorios. No buscaré la mejor solución a cada problema sino una para todos ellos. Es una perspectiva similar a la de Huberto Quiñones Garza y David

Pájaro Huertas, que en la cuenta de tiempo maya de 819 días van más allá proponiendo una aproximación a  $\pi$ . Por otro lado, Gutierre Tibón desarrolló un estudio sobre asociaciones anatómicas, sobre todo, con el ombligo, con las concepciones del mundo en el espacio y el tiempo. Hugh Harleston (2008) fijó la unidad teotihuacana propuesta por él a partir de la geodesia mientras que Danièle Dehove y Saburo Sugiyama (2010) se centran en la antropometría. En este artículo no hay descartes, pues no se busca un origen, autoría o propósito para los objetos de estudio. Lo que se buscan son soluciones naturales para el mayor número de problemas.

Otro punto de vista es la universalidad de las matemáticas. Es más probable la coexistencia de ideas similares en diferentes lugares y tiempos cuanto más elementales sean las matemáticas en las que se basan, siendo válido el vincular y comparar esta solución mesoamericana con las de otros lugares y momentos por ejemplo el actual. En este sentido Danièle Dehove percibe la necesidad de todo grupo humano del uso de unidades fijas de medida. En mi caso encontré similitud entre el canon anatómico renacentista descubierto por Claudio Sgarbi (2014) y el canon teotihuacano y medidas mexicas, y también ofrecí la misma explicación para los cánones egipcios (los cuales no alcanzan en puños la altura completa humana) que daba Rafael de la Hoz para el calzado usado por los actores del teatro clásico, la coexistencia de dos posiciones umbilicales. Para ello me valí de las distancias anatómicas que se extraen del canon teotihuacano.

Por último, hay que tener en cuenta que siempre encontraremos, más o menos diferencias para la misma idea en cada espacio tiempo y la existencia de distintas soluciones para múltiples problemas incluso en el mismo espacio tiempo. El canon descubierto por Sgarbi (2014) tiene puntos comunes importantes con el de da Vinci pero también diferencias siendo ambos autores coetáneos y posiblemente amigos. En este artículo menciono el estudio lingüístico de los números del Pame central por Heriberto Avelino (1996), los cuales no siguen una base numérica pura, sino que la quinaria, decimal, vigesimal y octal parecen influir, incluso la misma palabra se refiere tanto a 8 como a 100.

## 2. METODOLOGÍA

El objeto inicial de análisis de este estudio fue la distribución urbana de Teotihuacán y lo voy a usar como ejemplo del método que sigo. A partir de las mediciones de Harleston (2008) supuse la posición relativa de las 3 mayores pirámides. Dicha posición fue escogida por principios de simplicidad, el cuantificarse en unidades enteras de Harleston (2008) y porque en dos de los tres casos (990, 110), (-855,-171) y (-135,61) tenemos proporciones simples entre las dos coordenadas del plano. Por eso los resultados obtenidos (que considero los mejores de toda mi obra) se relacionan objetiva y directamente con las posiciones supuestas, no con las reales cuya determinación siempre será subjetiva y además puede no corresponder a lo pretendido por los creadores, que pueden faltar más o menos en precisión. Por ello este estudio es más interesante en sus posibles utilidades y aplicaciones que en demostrar si aquel autor sabía o pretendía una cosa u otra. Como en la biomimesis, tecnología que imita las soluciones de los seres naturales, el peso está más en el desarrollo de las soluciones que en el conocimiento de los objetos de estudio.

Otro ejemplo con el que continuaré explicando el método es la proporción entre unidades de Harleston (2008) y Sugiyama. Por el mismo principio, elegí una proporción que partiera de 6000000 unidades de Harleston (2008) (semieje menor del WGS84) que fuera suficientemente simple  $7657/6000$ . No buscaba nada concreto, sino que hice comparaciones con numerosos problemas y sus soluciones, algunas de ellas me parecieron interesantes, otras no. Como es un ensayo y error no óptimo nunca me detengo tras encontrar la primera solución pues puede haber más para el mismo o distintos problemas, algunas probablemente mejores. Desde mi enfoque lo considero bueno, prefiero soluciones a muchos problemas que la solución a uno solo por buena que sea. En este caso, primero me encontré con la aproximación a raíz de pi, y después con los dos valores astrodinámicos, el aplanamiento del wgs84, la envergadura y altura del canon anatómico y la relación con los cubos de 20 y 7. Mi experiencia ha sido la impresión de que los antecedentes de este estudio se quedaron cortos y mi esperanza es que este en concreto también se quede corto.

En toda mi investigación he estudiado muchos objetos y solo algunos me llevaron a conclusiones parecidas a las de este artículo (y no todos me llevaron a alguna parte) Los que

me llevan a otras conclusiones los clasifico en otras secciones, y así poco a poco, voy haciendo más grande mi estudio (en el cual mi preferida es sobre la que versa este artículo) Como objetos de partida leeréis parte del análisis de la distribución urbana de Teotihuacán, la escultura de Coatlicue, la idea de Vitruvio del hombre en un cuadrado y círculo, los cánones egipcios anatómicos y las medidas antropométricas mexicas, las cuentas mesoamericanas, en concreto sus cuentas elementales de 5, 7, 9 y 13 días, el ábaco de 13 filas de cuentas en base vigesimal (en la que empleo también las bases cuaternaria, quinary y octal) cuentas de tiempo mesoamericanas, y la greca mesoamericana.

Como problemas y sus soluciones a comparar leeréis sobre los elipsoides de referencia terrestres, el parámetro gravitacional estándar, la velocidad orbital terrestre, pi, raíz cuadrada de pi, los números perfectos y los números triangulares de Mersenne, y los teoremas: De Nicomachus, pequeño de Fermat y de Proth y también el empaquetamiento óptimo de esferas en un cubo.

### **3. RESULTADOS**

#### **3.1 Las dos unidades de medida teotihuacanas**

##### *3.1.1 La representatividad del entorno, empleo de cifras redondas*

La unidad de medida teotihuacana propuesta por Harleston (2008) es de unos 105,9 cm, mientras que la propuesta por Sugiyama (2010) es de unos 83 cm. Yo acepto ambas dando por unidad de Harleston (2008)  $1/6000000$  del semieje menor del elipsoide de referencia WGS84 (6356752,3142 metros) y dando por unidad de Sugiyama  $1/7657000$  del mismo semieje, eso son, 1,059458719033333 metros para la de Harleston (2008) y 0,830188365443385 metros para la de Sugiyama, estas conversiones con el metro son mucho más precisas que las que se obtienen directamente midiendo distancias en Teotihuacán, pero son las que usaré en los cálculos que necesiten mucha precisión. La suma o resta de cubos siempre se puede descomponer extrayendo la suma o resta de los números raíz de dichos cubos. De  $7657/8000$  podemos extraer  $13/10$  o  $13/20$  que aparecerá numerosamente en este estudio

Voy a enumerar como representa estas unidades algunos conceptos. Cuantas más redondas sean las cifras manejadas, se obtendrán mayores precisiones con cálculos menos elaborados,

necesitando herramientas menos complicadas, en algunos casos la propia mente y serán más fáciles de recordar.

### 3.1.2 *Aproximación a raíz cuadrada de pi*

El primer resultado es la aproximación de  $7657/6000$  a  $18/25$  raíz cuadrada de pi. Dando  $1,772453703$  en vez de  $1,772453850$ , dicho de otro modo, un círculo de  $900 \times 900$  unidades de Harleston (2008) cuadradas de área, corresponden a un radio  $647,99994618$  unidades de Sugiyama en vez de  $648$ , ese círculo concreto se ajusta a la traza urbana teotihuacana.

### 3.1.3 *Elipsoides que se ajustan al geoide terrestre*

El segundo resultado es la determinación de un elipsoide de referencia terrestre de achatamiento de  $1/298,25$  (siendo el achatamiento del WGS84  $1/298,257223563$ ) añadiendo al semieje menor de  $6000000$  harleston= $7657000$  sugiyama las cifras de  $20000$  harleston (2008) y de  $26000$  sugiyama que son divisores de  $6000000$  y  $7657000$  respectivamente, tenemos pues algo parecido a las más nuevas soluciones en la cuestión del geoide terrestre (un elipsoide triaxial) con un semieje polar pero dos semiejes ecuatoriales de achatamientos  $1/301$  y  $1/295,5$  exactos cuya media es  $1/298,25$ .

El WGS84 con respecto al geoide terrestre tiene imprecisiones locales que llegan a  $107$  metros en un sentido y  $85$  metros en el otro. Para zonas locales del planeta se han usado en los últimos 2 siglos elipsoides cuyos achatamientos son muy parecidos a los de  $1/301$  (en estos casos al radio ecuatorial se le daba hasta  $800$  m menos que al WGS84 siendo el polar  $600$  m inferior) y  $1/295,5$  (en estos casos se le daba al radio ecuatorial hasta  $100$  m más que al WGS84 siendo el polar  $100$  m inferior).

Los achatamientos  $1/295,5$  y  $1/301$ , para el mismo eje polar del WGS84, doblan el margen de las imprecisiones del WGS84 en el ecuador ( $200$  m por encima y  $200$  m por debajo respectivamente), y son del mismo rango en las latitudes  $30^\circ$  (de interés en harleston, (2008)) y  $60^\circ$  (sugiyama, (2010)). Lo que se agrega al valor del radio polar en cada latitud sigue un ajuste sinusoidal, fórmula:  $X (\cos L)^2 = Y$  siendo  $X$  las veces que se agrega  $200$  harleston o  $260$  sugiyama (son divisores de  $6000000$  y  $7657000$ ) en el ecuador,  $L$  la latitud e  $Y$  las veces que se agrega  $200$  harleston o  $260$  sugiyama en la latitud  $L$ . A partir de la fórmula tenemos

en la latitud 60°, 25 veces 200 o 260, en la latitud 30°, 75 veces 200 o 260, en la latitud 45°, 50 veces 200 o 260 y como ya sabemos, en el ecuador, 100 veces 200 o 260.

El WGS84 en las latitudes 0°, 30°, 45° y 60° es de 195, 126, 71 y 28 metros mayor que 6020000, 6015000, 6010000 y 6005000 harleston y 200, 170, 127 y 71 metros menor que 7683000, 7676500, 7670000 y 7663500 sugiyama. Entonces el margen de 107 metros por debajo del WGS84 se supera en la latitud 30° (6015000 harleston, hasta 200 más tenemos las imprecisiones del WGS84) y de 85 metros por encima del WGS84 se supera en la latitud 60° (7663500 sugiyama, desde 260 menos tenemos las imprecisiones del WGS84).

### 3.1.4 GM El parámetro gravitacional estándar y la tercera ley de Kepler

Este parámetro se emplea porque la masa de los cuerpos celestes es muy grande y la gravitación muy pequeña para obtener valor con suficiente precisión. Se mide en metros cúbicos entre segundos cuadrados. El parámetro gravitacional estándar sol tierra luna se puede calcular aproximadamente a partir del semieje mayor de la órbita terrestre (entre 149598261 y 149598262 km) y de la duración del año sidéreo de la tierra (de 365,256363004 días). Su valor sería 4 por pi al cuadrado por el semieje al cubo entre el año sidéreo al cuadrado. Dije aproximadamente porque el efecto de las demás masas del sistema solar perturba estos valores.

El valor obtenido en  $\text{km}^3/\text{s}^2$  es entre 132713867794 y 132713870456 pero en miles de harleston<sup>3/s<sup>2</sup></sup> es entre 111599998320 y 111600000558, entre ellos se encuentra 1116000000 pero la unidad de tiempo del segundo no es mesoamericana. Al respecto debo decir que Hugh Harleston midió una sombra angosta que se formaba durante los equinoccios en la pirámide del sol con una duración de 66.6 segundos pues su cronometro fotosensible daba una precisión de décimas de segundo, 1/1296 de 24 horas son 66.66666 segundos, que de ser la unidad de tiempo teotihuacana obtendríamos un valor entre 4959999992533804 y 4960000002480444, entre ellos se encuentra 4960000000000000, el número perfecto 496 seguido de 13 ceros para miles de harleston cúbicos, así que se añadirían 9 ceros más aún. Si hiciéramos la conversión directamente con el valor dado de la GM sol tierra luna, el cual procura eliminar las perturbaciones, perderíamos precisión, 4959961644650717. El caso es que en nuestra época, que es la que más nos interesa, tenemos mínimo 9 cifras de precisión

(para un redondeo de 13 cifras) en la relación semieje mayor de la órbita terrestre y duración del año sidéreo de la tierra, reales (eso es con perturbaciones).

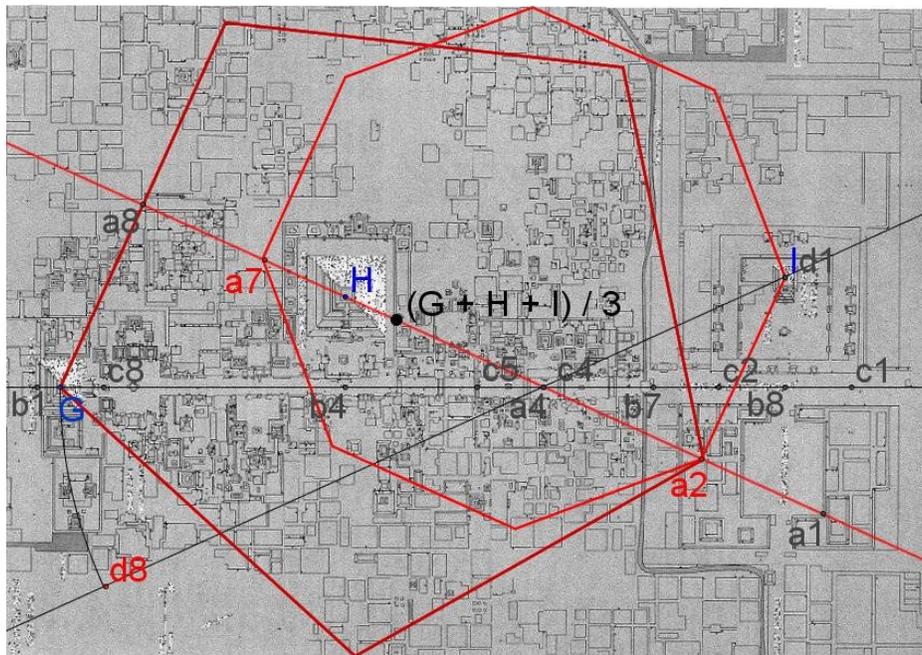
#### 3.1.4 *La velocidad orbital terrestre*

En este caso el valor que voy a obtener es menos preciso. También se calcula con los 149598261 o 149598262 km y los 365,256363004 días, con su cociente multiplicado por  $2\pi$  que es en km/día 2573407,86006929 o 2573407,87727141 pero en miles de sugiyama/día es 3099787.91220315 o 3099787,93292390. Solo tenemos 4 cifras de precisión (para un redondeo de 5 cifras que con km/día no teníamos) pero lo más interesante es que los 4960000000000000 del anterior apartado es 1600000000 veces los 3100000 de este apartado.

### **3.2 Cánones anatómicos**

#### 3.2.1 *Notas breves del canon anatómico teotihuacano*

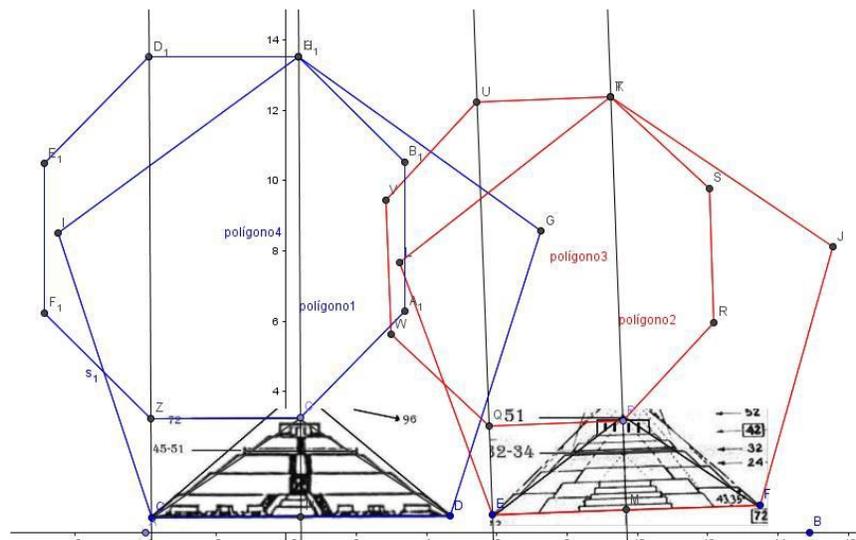
La construcción del canon anatómico dentro de círculo (desde a1 hasta a8) y cuadrado (desde a1 hasta a7) que encontré en la distribución urbana de Teotihuacán emplea un octógono y un pentágono de lado 2 longitudes del lado del octógono (o un decágono de lado la longitud del lado del octógono), vean figuras 1, 2 y 3. La altura humana del canon (lado del cuadrado) coincidió con las distancias de 2000 unidades que encontró Saburo Sugiyama paralelas a la calzada de los muertos, sin embargo el trazo de los dos polígonos concretamente tiene la orientación de la recta que une la pirámide del sol con el punto medio de las 3 pirámides mayores. En dicho canon hay dos posiciones umbilicales, una alta de 0,60778723 que coincide con el centro del círculo del canon de Leonardo da Vinci y una baja de 0,56885107 que parece que llamó más el interés de aquella gente.



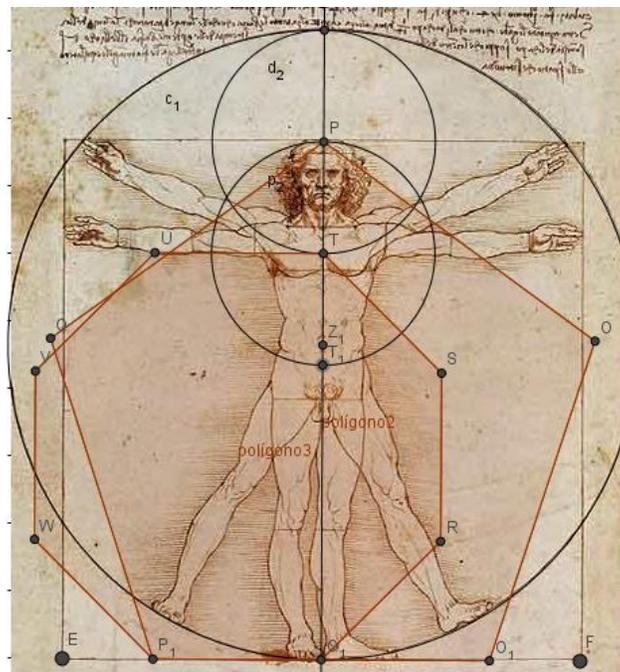
**Figura 1.** Canon anatómico en el plano de Teotihuacán

Lo más relevante de este canon son dos aproximaciones a pi 3,1415222874 (relación entre 11 lados del octógono y 0,56885107 como radio de un círculo) y 3,14157972900 (relación entre la altura humana y la cuerda de la circunferencia de radio 0,60778723 si la altura de la cuerda coincide con la altura de un triángulo de lado 2 longitudes del lado del pentágono o un hexágono de lado la longitud del lado del pentágono)

Además, dicha construcción permite hallar en pocos trazos el ombligo griego (de naturaleza pentagonal) exactamente, y el ombligo cordobés (de naturaleza octogonal) con solo unas millonésimas de imprecisión.

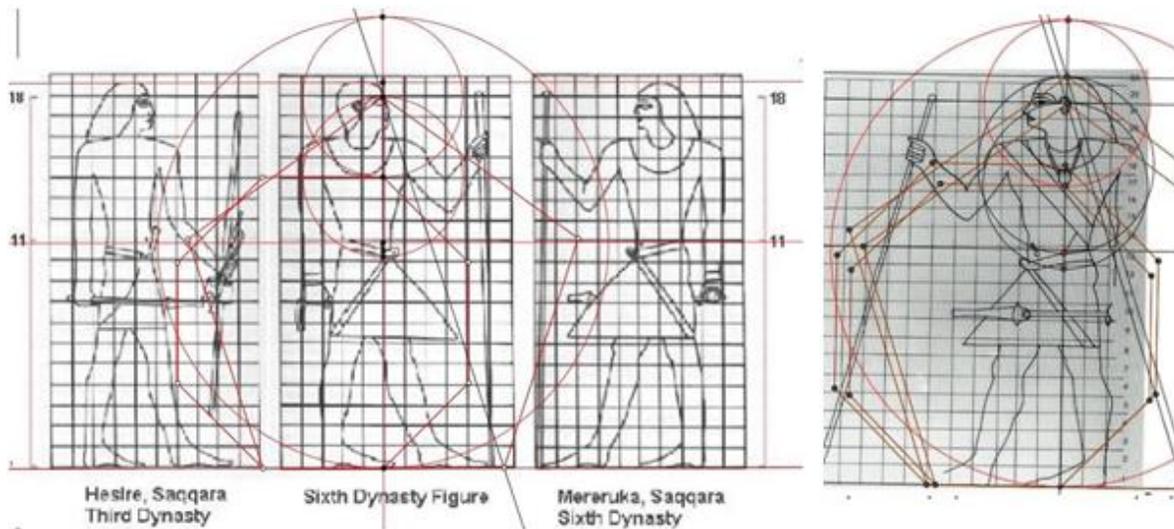


**Figura 2.** Canon anatómico en las pirámides de la luna y el sol



**Figura 3.** Construcción del canon anatómico teotihuacano

Con el canon anatómico teotihuacano encontré por ejemplo una explicación a porqué los egipcios contaban 18 puños hasta el inicio del pelo (canon de 18,66 puños) en el periodo temprano y 21 puños hasta el párpado superior (canon de 22,4 puños) en el periodo tardío.



**Figura 4.** Cánones egipcios, 3 tempranos y 1 tardío ajustados al canon teotihuacano

El exceso desde 18 en el temprano era equivalente a la distancia entre las dos posiciones umbilicales, vean figura 4, por lo que se puede explicar cómo un desplazamiento del canon de uno a otro ombligo. Mientras el exceso desde 21 en el tardío, se puede explicar cómo un cambio de tamaño del canon desde los pies, quedando la posición de una de las posiciones del ombligo en el canon inicial sobre la otra posición del ombligo en el canon tras el cambio de tamaño.

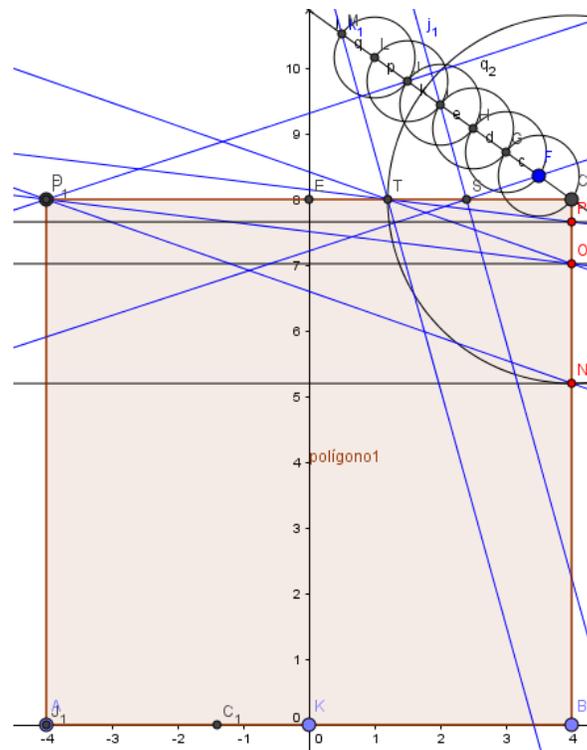
Rafael de la Hoz (1996) descubrió el ombligo cordobés, mucho más bajo que el ombligo griego, dando como posible explicación del uso de los coturnos (calzados con gran plataforma) por los actores del teatro clásico, elevar el ombligo cordobés hasta el griego.

### 3.2.2 *Un avance más aritmético que geométrico en el canon anatómico teotihuacano*

El avance posterior más destacado en las geometrías del canon anatómico es más aritmético que geométrico pues versa sobre valores que son múltiplos de otros, que en geometría se suelen trazar a base de paralelas sobre puntos que dividen una recta auxiliar en segmentos iguales.

Hasta que no encontré el canon anatómico teotihuacano cuya proporción envergadura/altura es  $8000/7657$  no me di cuenta de que la conversión de las unidades teotihuacanas viene de aquí ( $6000$  es  $\frac{3}{4}$  de  $8000$ ) donde  $8000$  es  $20^3$  y  $7657$  es  $20^3 - 7^3$ . Apunto que  $20 - 7 = 13$ . El trazo de  $20/7$  en una recta auxiliar necesita otra recta auxiliar con 7 tramos iguales y como este

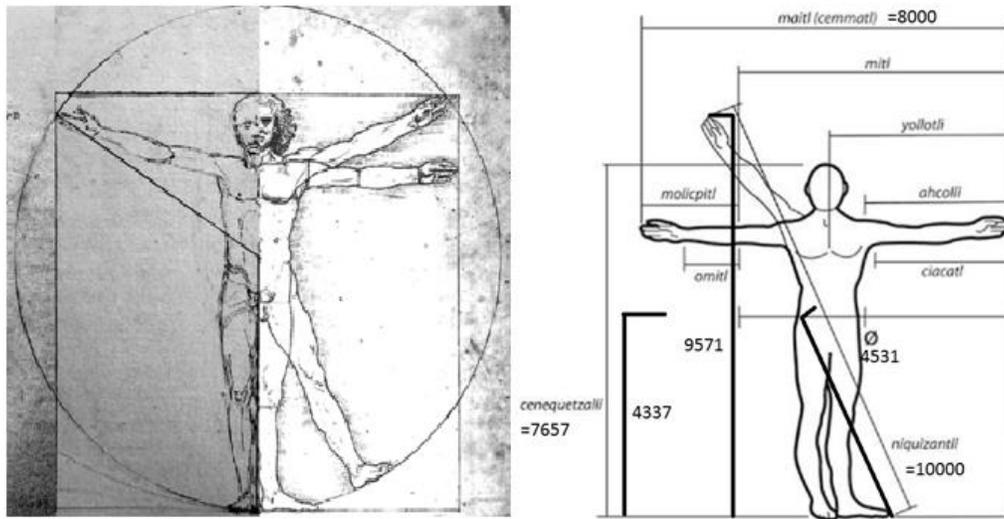
trazo se repite 3 veces, 4 pares de rectas paralelas, vean la figura 5. El uso de potencias aparecerá varias veces en el artículo.



**Figura 5.** Horizontales  $20-7/20$  (en N),  $20^2-7^2/20^2$ (en O) y  $20^3-7^3/20^3$ (en P)

### 3.2.3 Expresión aritmética del canon anatómico

El hecho de tener mayor envergadura que altura no lo excluye de los cánones dentro de cuadrado y círculo, todo lo contrario, como se muestra en la figura 6, la proporción entre estas figuras es la misma que la del canon de Leonardo da Vinci, pero no posiciona los brazos en cruz para alcanzar el lateral del cuadrado y los brazos a la altura de la coronilla para alcanzar el círculo y el lado superior del cuadrado, sino que posiciona el brazo entre medias, alcanzando el círculo y el lateral del cuadrado, tal como descubrió Claudio Sgarbi (2014) que un italiano coetáneo a da Vinci representó, quizás llamado Giacomo Andrea de Ferrara.



**Figura 6.** Izquierda: comparación entre los cánones de da Vinci y de da Ferrara Derecha: Medidas antropométricas mexicas.

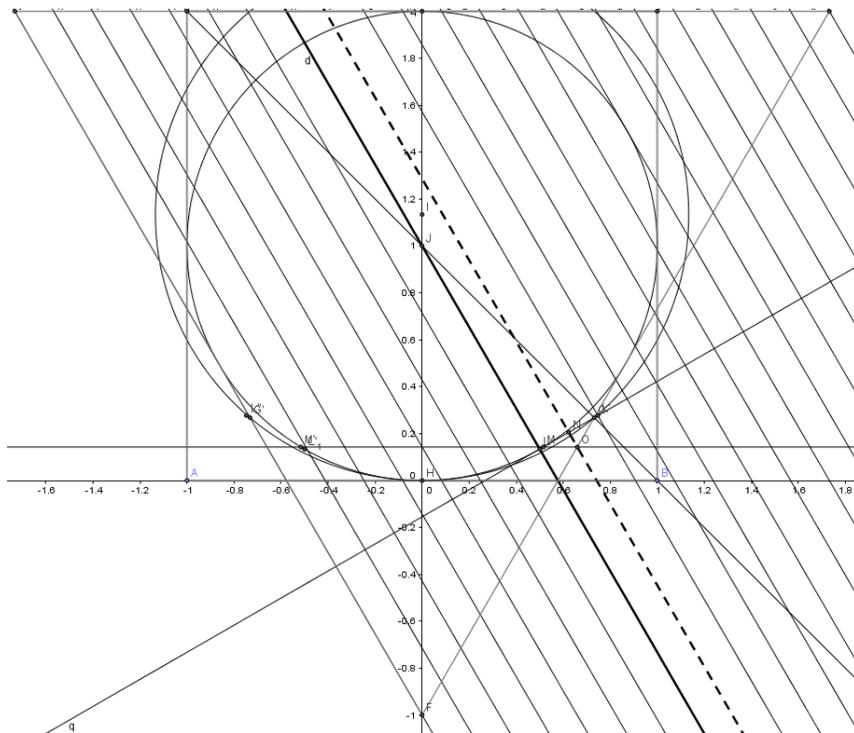
Dicha representación se ajusta bien a las medidas antropométricas mexicas que aportan algunos investigadores como Danièle Dehouve (2014), mostradas en la figura 6, donde el yollotli (corazón) del centro del pecho a la punta de los dedos con los brazos en cruz se estima en 83,59 cm (poco más que la unidad teotihuacana de Sugiyama) y es múltiplo de mucha de las demás medidas algo que no sucede con el cenequetzalli, altura de pies a coronilla que se estima en 160 cm (poco más que unidad y media teotihuacana de Harleston). Por ello tenemos que la envergadura sería  $83,59 \times 2$  y la altura 160 cuya proporción es  $8000/7656,41$  no llega a una unidad menos que los 7657.

Todas las medidas son verticales u horizontales excepto el niquizantli que es oblicua y va desde la punta del pie a los dedos de la mano con un brazo muy elevado, dicha medida corresponde a  $5/2$  del yollotli ( $10000/4000$ ) y, según esos trazos que como dije se ajustan al canon de Ferrara, la distancia vertical de dicho dedo de la mano al suelo es  $5/4$  del cenequetzalli. El trazo lo explico aquí pues es muy simple y por ello lo podemos plantear aritméticamente en lugar de geoméricamente, pues usamos una recta de pendiente unitaria (tangente de  $45 = 1$ ) que parte de una posición también racional ( $3/4$ ) y posiciones simétricas a dicha recta por lo que el paso de la distancia horizontal de una a la recta es igual que la distancia vertical de la otra a la recta, y viceversa.

La recta de pendiente unitaria desde  $\frac{3}{4}$  la altura humana corta el centro de giro del brazo y las posiciones del brazo de Ferrara y del brazo del niqitzantli son equidistantes a esa recta, se giran 27 grados en uno y otro sentido desde el centro de giro. El brazo en cruz llegaría a  $8000/2$  ( $45^\circ$  hacia abajo) y el brazo de Ferrara llegaría a  $7657/2$  ( $27^\circ$  hacia abajo, canon en cuadrado círculo) ambos horizontalmente, por simetría con la recta desde  $\frac{3}{4}$  la altura, el brazo del niqitzantli ( $27^\circ$  hacia arriba) verticalmente hasta el suelo es  $\frac{5}{4}$  la altura pues tenemos  $\frac{2}{4}$  en horizontal que reflejados en una recta de pendiente unitaria son  $\frac{2}{4}$  en vertical y como esta recta es desde  $\frac{3}{4}$  la altura tenemos 2 más 3 los  $\frac{5}{4}$  de la altura. Posiblemente habréis visto que son giros de brazo calculables con el pentágono o decágono.

Por otro lado, mirad la figura 7, en su canon anatómico Leonardo da Vinci menciona la formación de un triángulo equilátero con las piernas perdiéndose  $\frac{1}{14}$  de la altura humana y al mismo tiempo le da al pie  $\frac{1}{7}$  de altura cuando los clásicos daban  $\frac{1}{6}$ . Esos  $\frac{1}{14}$  y  $\frac{1}{7}$  al ser proporcionales también pueden usarse aritméticamente. El ángulo formado por cada pierna es de  $30^\circ$  y seno de  $30^\circ$  es  $\frac{1}{2}$ , el talón se separa del eje  $\frac{1}{4}$  de la altura humana pues la pierna es  $\frac{1}{2}$ , si el pie es perpendicular a la pierna su punta se eleva del suelo (donde se apoya el talón) en  $\frac{1}{14}$  la altura humana pues forma con dicho suelo otros  $30^\circ$  y el pie es  $\frac{1}{7}$ . Esto no tiene que ser muy difícil para Leonardo.

Pero esa pérdida de altura de  $\frac{1}{14}$  correspondería a un ángulo de  $31^\circ$  ¿error de Leonardo? En la figura 7 he trazado las paralelas a uno de los lados del triángulo que contiene el mismo círculo que el cuadrado que contendría la figura humana. En la vertical se separan en séptimos de altura humana, cortando la recta discontinua al otro lado del triángulo en  $\frac{13}{21}$  de su longitud desde arriba. Aquí sucede similar que con los brazos en las medidas antropométricas, en el pie (perpendicular a las paralelas) la paralela del talón (que está por debajo de  $\frac{1}{14}$  de altura humana (recta horizontal) y la paralela de la punta del pie (de  $\frac{1}{7}$  la altura humana) están ambos a  $\frac{1}{14}$  de la recta discontinua (centro del pie), si giramos desde su centro el pie, el talón asciende quedando en la altura  $\frac{1}{14}$  y la punta del pie desciende quedando en el lado del triángulo justo donde lo corta la diagonal del cuadrado.



**Figura 7.** Canon en cuadrado y en triángulo y piernas en ángulo de 30°

El principal propósito que tuve de trazar las paralelas es porque 7 de las mismas abarcan en el eje humano exactamente una altura, la que pasa por la punta del pie sin girar corta el eje humano a  $11/14$  la altura humana, la paralela del talón sin girar, la pierna, llega a la ingle a  $7/14$  pues entre ellas hay dos de las paralelas (abarcan  $2/7=4/14$  de la altura humana en el eje). Esto se debe a que si partimos del triángulo rectángulo donde el cateto mayor es una pierna, dado el ángulo de 30 grados, el otro cateto es la mitad de la hipotenusa (coincidente con el eje hasta la ingle, el otro extremo es indiferente). Ese cateto nos sirve como recta auxiliar donde hasta la punta de los pies tenemos un séptimo de altura más. Al trasladar la nueva longitud de dicho cateto a la hipotenusa, esta lógicamente crece  $2/7=4/14$  más de altura humana. Así tenemos la aproximación a pi de  $22/7$  en la que el cuadrado de lado igual a  $11/14$  tendría un perímetro equivalente a la circunferencia de radio  $7/14$  (la pierna).

Esta idea tiene de atractivo para las figuras del triángulo y cuadrado, que guardan una proporción de áreas de 1,2990383118 casi  $13/10$  (exactamente la raíz cuadrada de  $27/16$ ) que el punto donde la altura  $1/14$  corta al triángulo (cortado también por la paralela discontinua)

forma con el eje un ángulo en la ingle de  $37,589089468$  (cuya tangente es precisamente dicho valor).

En la alusión del giro de piernas de Leonardo termina diciendo que estas serían contenidas en el círculo que rodea la figura humana. El círculo que llega a la altura 0 y a las puntas de los pies girados pierna y pie nos sitúa su centro en  $0,5669872981$  la altura humana (1 menos la mitad del seno de  $60^\circ$ ) que es muy próximo al ombligo cordobés  $0,566454497$ , sin embargo, el círculo que dibuja Leonardo es mayor, entre  $0,607$  y  $0,609$ , algo que para mí no es problema pues definiendo el uso de dos posiciones umbilicales. Si lo que hiciéramos es trazar el triángulo equilátero con dos vértices en el círculo que rodea la figura humana de radio  $0,607787231$  el vértice superior queda en  $0,566457994$  ( $0,0000035$  más que el ombligo cordobés)

El ombligo cordobés defendido por Rafael de la Hoz Arderius se fundamenta en trazos de octógono y es la razón  $1,30656296/2,30656296$  donde  $1,30656296$  (casi  $13/10$ ) es  $1/2\text{sen}22.5^\circ$  (tangente de  $52,570753907^\circ$  también es  $1,30656296$ , y coseno de  $52,570753907^\circ$  es  $0,607781262$  eso es  $0.000006$  menos que el radio del círculo que rodea la figura humana) esos 2 valores son cercanos a estos quizás mesoamericanos: con  $10000/7657=1,305994514$  (proporción entre el niquitzantli y el cenequetzalli de casi  $13/10$ ) y con  $17657/7657=2,305994514$ . El ombligo se situaría en  $10000/17657=0,566347624$  que es el motivo de que escribiera en la figura 6 las distancias 4337 y 4531 pues entre los 7657 y 8000 respectivamente da dicho valor que entre 4 es  $0,141586906$  mientras pi menos 3 es  $0,141592653$ , y es mejor aproximación que dividiendo el cordobés entre 4 =  $0,141613624$ . Necesitaba explicaros estos conceptos para continuar la siguiente exposición acerca del círculo con centro en  $0,5669872981$  la altura humana.

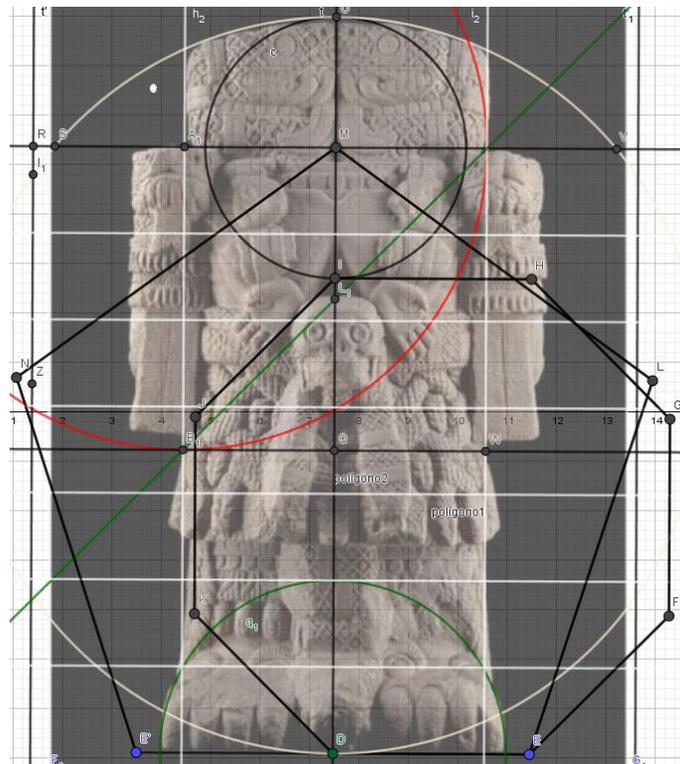
Coincide exactamente con  $0,5$  más un cuarto de tangente de  $15^\circ$  donde tangente de  $15^\circ$  es el doble de lo que mide el pie tras el giro y con 1 menos la mitad de seno de  $60^\circ$  (con la pierna a  $30^\circ$  la altura del talón sin girar es  $1/4$  tangente de  $15^\circ$  y de la punta girada  $1/2$  tangente de  $15^\circ$ ).  $7^2$  por  $27/200$  veces tangente de  $15^\circ$  es raíz cuadrada de  $3,141699$  y como  $27/50$  veces  $8000/7657$  es raíz cuadrada de  $1/3,14159213$  tenemos que 4 por  $3,141645667$  es  $7^2$  por  $7657/8000$  veces tangente de  $15^\circ$ . Recordad que  $8000=20^3$  y  $7657=20^3-7^3$  por ello el trazo de  $7^2$  aprovecha el trazo de 7657 que vimos en el canon de envergadura y altura 8000 y 7657.

El redondeo aparente de 0,1339 a  $1/7$  ahora veremos que no es un redondeo y cambia de 0,1339 a  $1/7^2$  por  $1/0,1339$  dos factores que necesitamos en la aproximación.

En el canon de da Vinci, dije que el círculo que llega a la altura 0 y a las puntas de los pies girados pierna y pie nos sitúa su centro en 0,5669872981. Pero sin el giro de los pies con la misma condición de que las puntas de los pies toquen dicho círculo, estas lo hacen en los puntos del círculo a una altura de 2 entre  $7^2$  veces tangente de  $15^\circ$  exactamente con la que tenemos la misma aproximación de raíz cuadrada de 3,141699. Me llama la atención que da Vinci explicita la longitud del pie ( $1/7$  de la altura humana) y la altura del talón ( $1/14$ ). La exactitud de estas medidas la determiné con el teorema de Pitágoras en la ecuación  $0,56699^2 - (0,56699 - X)^2 = 0,5^2 + Y^2 - (0,5 - X)^2$  dando de solución  $X = Y^2 / 0,13398$ .

X es la altura desde el suelo de la punta de los pies, Y es la longitud del pie, raíz de  $0,5^2 + Y^2$  sería el radio del círculo con centro la angle que contiene la punta de los pies para cualquier giro de pierna, mientras que 0,56699 es el radio del círculo con centro 0,56699 de la altura humana de la condición que puse. Cada lado de la igualdad es el cuadrado de la separación con el eje vertical de la punta de los pies, debe ser la misma pues buscamos un solo punto, el de corte del círculo con centro la angle y el círculo de centro 0,56699. Al igual que el numerador de la solución depende de la longitud del pie, el denominador lo hace de la diferencia entre el centro de este círculo y la angle.

Analizando la estatua de Coatlicue (que se ajusta bien al círculo que rodea la figura humana) vean figura 8, encontré un camino alternativo para determinar el círculo de radio y centro 0,5669872981. Desde la altura de la coronilla humana (hombros de la vista frontal Coatlicue que son cabezas en las vistas laterales) y separados en 0,25 del eje vertical (posición determinable con la pendiente unitaria que corta el eje en  $3/4$  de la altura humana de la que hable en el giro de los brazos de las medidas antropométricas mexicas) trazamos un círculo hasta la altura inguinal (radio 0,5) círculo que corta el eje vertical a uno menos raíz cuadrada de  $0,5^2 - 0,25^2 = 0,5669872981$ . Además, como nuestro con las horizontales (séptimos de altura) las garras del suelo se contienen en un círculo de radio  $2/7$  lo que quiere decir que tenemos la misma aproximación de raíz cuadrada de 3,141699.



**Figura 8.** Trazos geométricos sobre la escultura de Coatlicue

Con los  $10000/17657 = 0,566347624$  tenemos que  $17/15$  menos  $10000/17657$  solo es  $0,0000016$  menos que  $0,5669872981$  y  $7657/17657$  menos  $11/30$  solo es  $0,0000016$  menos que  $0,0669872981$ . Un pequeño cambio que modifica la aproximación de raíz de  $3,141699$  en raíz de  $3,141550$  y la de  $3,141645667$  en  $3,141571147$ . Es la alternativa más aritmética. Como la diferencia de altura del octógono y pentágono constructores del canon anatómico es  $0,66346997480$  lados del octógono tenemos que  $4/3$  menos dicho valor es  $0,669863358531$  que cambia las aproximaciones a raíz de  $3,141608945$  y a  $3,141600538$ . Es la alternativa más precisa.

### 3.3 Las potencias y las cuentas mesoamericanas

#### 3.3.1 Cuentas mesoamericanas... números cúbicos y pi

Ya he comentado sobre los  $8000/7657$  donde  $8000$  es  $20^3$  y  $7657$  es  $20^3 - 7^3$  y también hemos visto que  $7657/8000$  es  $27/50 \times 1.7724537037$  siendo  $6000$   $\frac{3}{4}$  de  $8000$ . Otra operación es  $11^3 - 8^3 = 819$  que son los días del ciclo maya que Huberto Quiñones Garza y David Pájaro Huertas propusieron como 3.15 del ciclo también maya de 260 días.  $11^3/8^3$  nos da  $2,599609375$  valor

cercano a  $26/10$  que es  $1,7724609375 \times 22/15$  mientras  $260$  es  $1,7727272 \times 2200/15 = 1,7727272 \times 440/3$ , como  $819$  es  $63/20$  de  $260$ ,  $819$  es  $1,7727272 \times 462$ , eso es, sin denominador no como en las otras aproximaciones, pero siendo una aproximación menos precisa. Recuerdo que raíz cuadrada de pi es  $1,7724538509$ .

Por mis propios medios me encontré con una cuenta de 23 años, eso es, 8400 días.  $1895677$  es  $8400$  por  $400/1,7724538515$  y  $729542$  es  $8400$  por  $49 \times 1,7724538386$ .  $400$  y  $49$  son  $20^2$  y  $7^2$  y como  $8400$  es múltiplo de  $20$  y de  $7$  tenemos de nuevo  $20^3$  y  $7^3$  en una aproximación más precisa pero con números más largos. En un caso raíz de pi es el numerador y en el otro caso es el denominador, por eso tenemos  $1895677/729542 = 2,59844806741$  (cerca de  $26/10$ ) que por  $49/400$  es  $1/3,141592633$ .

### 3.3.2 Cuentas mesoamericana números cúbicos o pi

En el símbolo mesoamericano del quincunce (un círculo central rodeado de 4 círculos en las esquinas de un cuadrado), la forma de colocarse los círculos coincide con la colocación de las esferas empaquetadas óptimamente dentro de un cubo (dejando el menor volumen vacío posible). La transformación a 3 dimensiones del quincunce sería de  $14 = (3^3 + 1)/2$  esferas, siempre el empaquetamiento óptimo corresponde con la mitad del número cúbico de esferas (si su raíz es par) o la mitad del número cúbico más uno de esferas (si su raíz es impar) otro ejemplo es  $(9^3 + 1)/2 = 365$ .

6 cuentas mayas de 1872000 días se aproximan a 30751 años sidéreos (1337 veces 23 años) y 11248800 días a 30797 años sidéreos (1339 veces 23 años) habiendo entre ellos 16800 días (2 veces 8400).  $11248800$  son  $64 \times 301$  por  $583 + 13/14$  una aproximación simple del ciclo de Venus, los mayas asignaban 676 cuentas de 260 días para cada 301 ciclos, siendo  $64 \times 676 \times 260$  días 160 días menos que los 30797 años.

6 eras mayas (30751 años) son 13 veces 864000 días ( $120^3/2$ ), uno de los empaquetamientos óptimos de esferas en un cubo es con 864000 esferas. Mientras los  $64 \times 676 \times 260$  días (64 veces 301 ciclos de Venus) son 20 veces 562432 días ( $104^3/2$ ), en esferas otro de esos empaquetamientos óptimos en un cubo. Ambos son múltiplos del 20 y el 13 a los que tanto inca pie doy.

El octavo numerador convergente de pi es 104348 y el octavo de denominador convergente de pi es 33215, por ello,  $104348/33215=3,14159265392$  es la mejor aproximación a pi hasta dichos números ( $1077566280/700^3=3,14159265306$  es del mismo rango, pero su numerador es mucho mayor). 33215 es  $7 \times 13 \times 365$  y 104348 es  $22 \times 13 \times 365$  menos  $6 \times 7$ . Los mesoamericanos crearon una cuenta doble de tiempo que se componía de una fecha en la cuenta de 260 días (meses de 20 y semanas de 13 por eso he puesto tanto inca pié en las proporciones  $13/10$  y  $13/20$ ) y otra fecha en la cuenta de 365 días, por ello no ocurría la misma fecha hasta pasados  $73 \times 260 = 52 \times 365$  días, intervalo que coincide con  $22 \times 13 \times 365$  y  $7 \times 13 \times 365$  en sus cuádruples y la sustracción sería de 168 en vez de  $6 \times 7$  días. 168 días, que es  $1/50$  de 8400 días, aparece como ciclo en las páginas 23 y 24 del códice parís.

### 3.3.3 *Las potencias del ábaco mesoamericano, teoría de números*

El nepohualtzitzin puede parecer un ábaco de 13 filas de 4 cuentas acompañadas de 13 filas de 3 cuentas por lo que alcanza el número  $20^{13}-1$  pero muchos que lo han analizado han encontrado mucha más información de él. Además, hay maestros que lo mantienen para enseñar matemáticas a sus estudiantes. Soy consciente de que están en lo correcto y de que es muy posible que no le saquen su máximo provecho incluso que nunca se haga.

La información que extraje de mi análisis personal se refiere a la teoría de números que algunos han llamado la alta aritmética, denominación en creciente desuso. Es una rama menos visual que la geometría y solo por eso ya es interesante el uso pedagógico del nepohualtzintzin. Es cierto que  $4 \times 5$  al ser ambos factores lo más cercanos posible es el uso de menos cuentas  $3+4=7$  necesario para el conteo de potencias de 20, pero por la propiedad conmutativa puedo dividir los  $20^{13}-1$  en  $(5^{13} \times 4^{13})-1$  y en  $(4^{13} \times 5^{13})-1$ , encontrando resultados interesantes. Esta división permite redondear en esta herramienta el valor mayor que he manejado 496 por  $10^{13}$  miles de harleston cúbicos entre  $1/1296$  del día cuadrados como 33200000000 base-4 por  $5^{13}$  sobrando dos filas de 3 cuentas que podemos aprovechar en otras conversiones (mil harleston cúbicos entre  $1/162$  del día cuadrados nos da 332000000000 base-4 por  $5^{13}$  redondo y al mismo tiempo cerca del máximo mensurable)

Para lo primero solo voy a usar 12 filas que se trata de buscar múltiplos de 819 y su divisor 63, ciclo maya del taladro del fuego recién descubierto por Guillermo Bernal Romero (2014).

63 es 333 base-4, 819 es 30303 base-4 y  $819 \times 5$  es 333333 base-4 ( $303030 + 30303 = 333000 + 333 = 333333$  base-4). Por ello 333333333333 base-4 es múltiplo de  $5 \times 819$ . Hemos usado 12 filas.

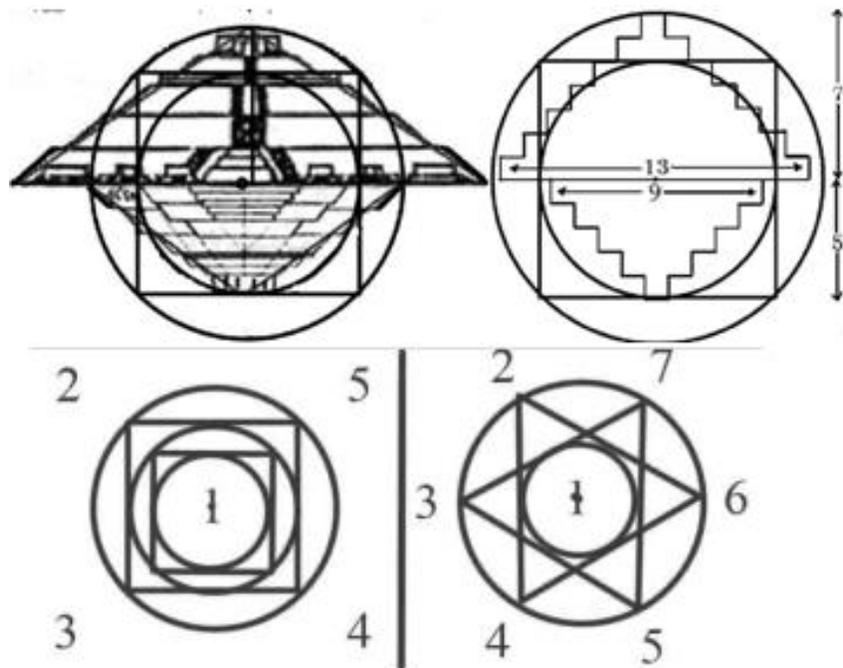
En base-5 cambia algo, donde 444 base-5 es  $124 = 31 \times 4$ , razón de que 444444444444 base-5 sea múltiplo del número perfecto 496 pero además lo es de 819. Pues 4004 base-5 es  $8 \times 63$ , 44044 base-5 es  $48 \times 63$  (y  $440440 + 4004 = 444444$  base-5).

404404 base-5 es  $16 \times 819$ , 4004004004 base-5 es  $601 \times 16 \times 819$  y 44044044044 base-5 es  $601 \times 96 \times 819$ . ( $404404000000 + 40040040040 + 404404 = 444444444444$  base-5 lo mismo que  $440440440440 + 4004004004 = 444444444444$  base-5) Hemos usado 12 filas, pero por no coprimidad necesitamos un cero a la derecha para que sea múltiplo de  $819 \times 5$ .

Si desplazamos hacia arriba  $n$  filas alguna de estas cuentas tendremos los números alcanzados por 4 o por 5 elevados a  $n$ . Además, al tratarse de filas totalmente llenas o vacías, unas cuentas con otras, engranan rápidamente como puzles.

Ahora sí, para hablar de 4 números perfectos consecutivos 28, 496, 8128 y 33550336 voy a necesitar las 13 filas de 3 cuentas. 28 se anota 130 base-4, 496 se anota 13300 base-4, 8128 se anota 1333000 base-4, y 33550336 se anota 133333300000 base-4, como se puede ver tienen la misma estructura necesitando de 3 a 13 filas.

Las filas que quedan vacías en cada número perfecto son en 28 la 1°, en 496 la 1° y 2°, en 8128 la 1°, 2° y 3° y en 33550336 la 1°, 2°, 3°, 4°, 5° y 6°. Mientras que 3 base-4 corresponde a 3 (divisor de  $28-1$ ) 33 base-4 corresponde a 15 (divisor de  $496-1$ ) 333 base-4 corresponden a 63 (divisor de  $8128-1$ ) y 333333 base-4 corresponden a  $819 \times 5$  (divisor de  $33550336-1$ ) que es múltiplo de 63 15 y 3. Obtenemos por tanto divisores del número anterior a los perfectos. Los números perfectos entre otras cosas son un número de mersenne (anterior a una potencia de 2) por una potencia de 2, y también son números triangulares (la suma de números consecutivos desde 0). 3 15 63 y  $819 \times 5$  también son números de mersenne, es lógico pues son anteriores a una potencia de 4 y por tanto a una potencia de 2. Además, gracias a la ecuación Ramanujan–Nagel sabemos que solo hay 5 números al mismo tiempo triangulares y de mersenne, 0 1 3 15 y  $819 \times 5$ . Eso es, el número de mersenne triangular mayor es el que corresponde en el ábaco con el número perfecto mayor alcanzable sin que falte ni sobre una fila.



**Figura 9.** Arriba pirámides del sol y la luna de Teotihuacán ajustadas a la geometría de la duplicación de áreas y la representación piramidal escalonada del más allá mesoamericano. Abajo el axis mundi mesoamericano ajustado a la geometría de la duplicación de áreas.

819x5 es múltiplo de 13, 9, 7 y 5, vean la figura 9, y como número anterior a una potencia de 2 es muy próximo a la duplicación progresiva. Estos 4 números son los más fundamentales en las cuentas mesoamericanas, aparecen en sus cuentas de tiempo, (mes de 20 y 28 días, semanas de 9 y 13 días o noches) y en su metafísica los 13 cielos y 9 inframundos y en sus leyendas el axis mundi compuesto de 7 cuevas o de 1 ceiba central y otros 4 árboles en los cardinales (este caso una disposición como la del quincunce).

“Cierta ceremonia de iniciación de los indios luseños de la California estaba enlazada con una pintura redonda en el suelo, que representaba el mundo con sus siete partes: manos, montes, araña, cuervos, oso, serpiente; la séptima parte era un agujero en medio del círculo, con diámetro de 35 milímetros llamado ombligo” (Tibón, 1981)

Gutierre Tibón también cuenta en la misma página que para los Zuñis de Nuevo México, su ciudad santa se dividió en siete partes que corresponden a los siete barrios del mundo, una de ellas en el centro.

Esta relación con estos 4 números, en el ábaco no tuvo que hacerse por tanteo, sino que se pudo haber usado los teoremas de Proth y pequeño de Fermat. Con  $20^{12}$  tenemos directamente por el teorema pequeño de Fermat: Si  $p$  es un número primo, entonces, para cada número

natural  $a$ , con  $a > 0$ , coprimo con  $p$ ,  $a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$ , 13 es un primo de Proth por lo que  $20^{12}-1$  es múltiplo de 13, mientras  $20^6-1$  es múltiplo de 7 (primo) y cuando multiplicamos el anterior y el posterior de un número tenemos de producto el anterior al cuadrado de dicho número, y por el teorema de Proth: si  $p$  es un número de Proth, es decir de la forma  $k2^n + 1$  con  $k$  impar y  $k < 2^n$ , entonces si para algún número entero  $a$ :  $a^{p/2-1} \equiv -1 \pmod{p}$ , entonces  $p$  es un número primo llamado primo de Proth;  $20^6 + 1$  es múltiplo de 13.

Acerca de la multiplicidad de 9 (no es primo),  $20^6-1$  es múltiplo de 7999 y 8001 (este segundo a su vez de 9) tenemos que la suma o resta de dos cubos (8000 y 1) es múltiplo de 9 si la suma o resta de sus números raíz (20 y 1) es múltiplo de 3, y acerca de la multiplicidad de 5 en el teorema se indica que tienen que ser coprimos, cosa que no pasa con 5 y 20, pero al multiplicar todo por 20 aprovechando la fila 13° ese problema se soluciona. Con respecto a las potencias de  $4=2^2$  este problema no sucede, consiguiendo multiplicidad con 5 en  $4^2-1=2^4-1$  (2 filas de 3 del ábaco) las relaciones son paralelas a las de 20 pero hasta  $4^6-1=2^{12}-1$  (6 filas de 3 del ábaco por tanto múltiplo de  $4^2-1=2^4-1$ ) que es directamente  $5 \times 7 \times 9 \times 13$ . Con respecto a potencias de 5 tenemos 4 filas múltiplo de 13, 3 y 4 y 6 filas múltiplo de 7, 3 y 4 por lo que necesitamos 12 filas (m.c.m. de 6 y 4) para 13, 9, 7 y 4 y la fila 13° para multiplicar por 5.

Si antes separé las filas de 4 cuentas y las de 3 cuentas para tener las bases cuaternaria y quinaria, ahora las uno en filas de 7 cuentas para tener la base octal, siendo 8 el cubo de 2. Para  $n$  coprimo de 73 la potencia  $72$  de  $n$  menos la unidad es múltiplo de 73. Aunque solo tenemos 13 filas, 12 filas en base octal son la potencia 36 de 2. Además 73 no es un primo de Proth por lo que  $2^{36}+1$  no es múltiplo de 73 por lo que teóricamente sabemos que  $2^{36}-1$  es múltiplo de 73 y por tanto  $8^{12}-1$  que es lo mismo. En la práctica tenemos que  $8^2+8+1=73$  pero para la multiplicidad con 13 (y el resto de cuentas de tiempo base mesoamericanas) nuevamente necesitamos 4 filas por ello son  $4 \times 3 = 12$  las necesarias. Y para la multiplicidad con la cuenta de  $52 \times 365$  nahuas y  $312 \times 365$  maya necesitamos la fila 13° que multiplicaría por 8. Con respecto a potencias de 4 necesitamos 9 filas para 73 y 6 para los demás divisores, por ello el total necesario excede las 13 filas (18 llenas y 1 vacía de unidades).

Heriberto Avelino (1996) dice que la base octal existió en algunas culturas mesoamericanas, en su estudio de la lengua de los Pame, en la que le extrañaba que el número 8 y el 100 se dicen del mismo modo. Esa polisemia matemática podía deberse a que 8 contado en filas de

3+4 es 10 base-8 (una unidad de la segunda fila) mientras que 100 en vigesimal es 50 base-20 pero ese 5 en el sistema de 4x5 es una unidad de la segunda fila aunque en el sistema 5x4 no. 20 en vigesimal siempre es una unidad de la segunda fila, pero bajo esta lógica es más esperable que la anotación coincidente sea 8 y 100 porque en el sistema de 4x5 si empezamos a contar por la fila de 4 cuentas (las unidades son la fila de 4 cuentas y en la fila de 3 cuentas están múltiplos de 5) a cada salto de fila tenemos multiplicidades con 5 y 20, mientras que en octal si empezamos a contar por la fila de 3, a cada salto de fila tenemos multiplicidades con 4 y 8. Esta lógica (que puede parecer indiferente pero agiliza al usuario la base-5 dentro de la vigesimal y la base-4 dentro de la octal) anota 8 como una cuenta de la segunda fila de 3 cuentas y anota 100 como una cuenta de la segunda fila de 3 cuentas (siendo iguales entre si y diferentes a 20).

#### 3.3.4 *La greca mesoamericana*

Las pirámides de 13 y 9 escalones (que ocupan dos rectángulos de 13x7 y 9x5) es una representación del más allá mesoamericano, si las construyéramos con cuadrículas igual a la unidad tendríamos la suma de 2 números triangulares consecutivos cuyo resultado es un número cuadrado ( $21+28=7 \times 7$  para 13 y  $10+15=5 \times 5$  para 9) Hay una estrecha relación entre números cuadrados, cúbicos, triangulares y perfectos. El teorema de Nicomachus dice que la suma de los cubos consecutivos de 1 a n es el triangular de n al cuadrado. Mientras, la suma de los cubos impares consecutivos desde 1 siempre es un número triangular incluyéndose todos los números perfectos en la lista, y la suma de los cubos pares consecutivos desde 2 siempre es el doble de un número cuadrado. Una representación actual de los números triangulares es colocarlos en las esquinas de una espiral doble cuadrada, figura 10.

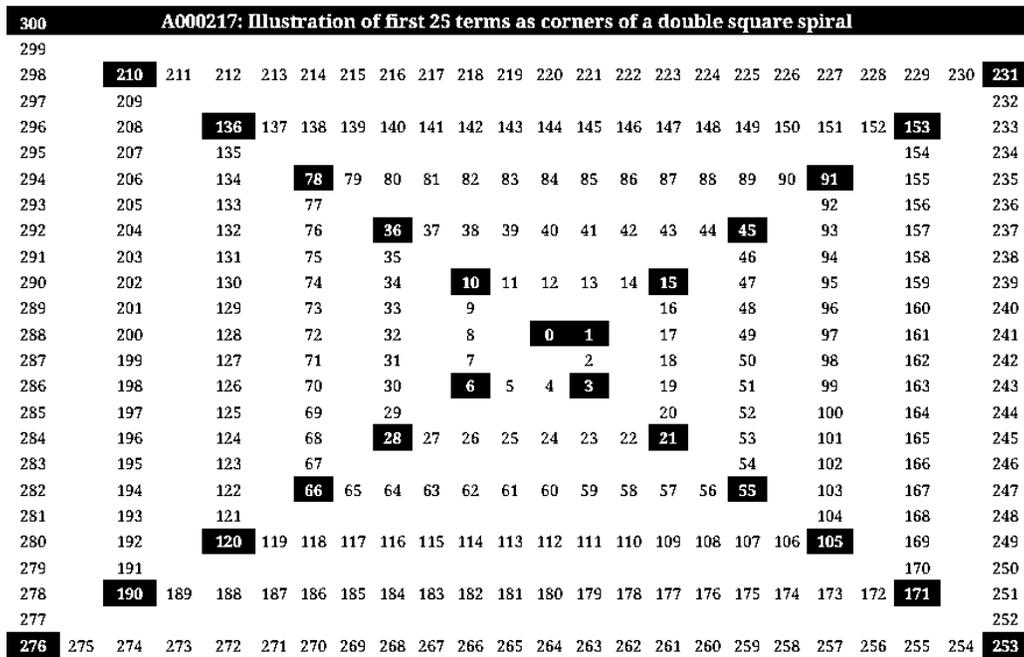


Figura 10. Espiral doble cuadrada con los números triangulares en sus esquinas

Los mesoamericanos usaron espirales cuadradas, xicalcolihqui, así que encontramos en ellas los números triangulares, analicé dos de las muchas variantes de la espiral, con media pirámide escalonada (media pirámide es un número triangular, la greca otro consecutivo por lo que la suma es de nuevo un número cuadrado), una con hueco y otra sin él, vean la figura 11. La que no tiene hueco tiene un área de  $A \times A$  y un perímetro de  $A \times (A+3)$ , la proporción  $13/10$  con estas grecas es  $10+3=13$ . La que tiene hueco nos da un perímetro de  $A \times (A+7)$  siempre el doble que su área, dicho hueco es otro número triangular, la proporción  $13/20$  con estas grecas es  $13+7=20$ . Una greca de interés es, sin hueco de área  $351+325=676=26^2$ , y con su hueco correspondiente (276) quedando un área  $400=20^2$ .

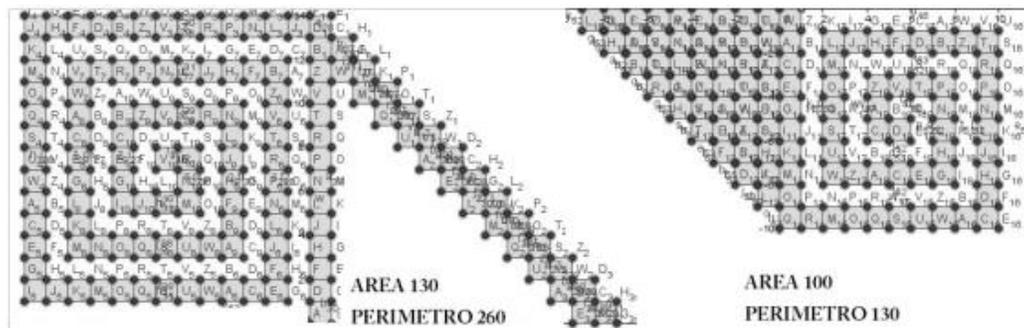


Figura 11. Dos variantes de la greca mesoamericana



superior de un triángulo equilátero con base la cuerda del círculo que rodea la figura humana (de radio el obtenido en el canon teotihuacano) a la altura de  $1/14$  expuesta por da Vinci. La proporción cordobesa y los cánones egipcios son casos que hacen que la coexistencia de dos ombligos en el canon teotihuacano no sea una excepción

Siguiendo con la zona sobre el recuadro, las unidades teotihuacanas que derivan del canon son más representativas que cualquiera de las unidades de longitud actuales (GM sol tierra luna y la ley 3° de Kepler, la velocidad orbital y el wgs84 y geoide terrestre). En todos los casos representados aparece 31 el valor más cercano al cubo de pi y que es divisor del número perfecto 496. El número mayor de estos casos  $496 \text{ por } 10^{13}$  se puede anotar en el nepohualtzintzin, si separamos las bases 5 y 4 de este ábaco lo anotaremos de un modo bastante redondo.

En la mitad superior izquierda, la del ábaco mesoamericano, las analogías del más allá y del axis mundi mesoamericanos, vemos todo lo que escribí acerca de la teoría de números (la relación estrecha entre cuadrados, cúbicos, triangulares y perfectos). Aquí hay vínculos del tipo  $n$  con  $n-1$  por ejemplo, la duplicación de áreas y la duplicación de áreas menos la unidad, el múltiplo del número triangular de mersenne mayor ( $819 \times 5$  número anterior a  $2^{12}$ ) que es el numero perfecto 33550336 menos la unidad, y los teoremas de Proth y pequeño de Fermat. En la mitad inferior derecha, de los números cúbicos y cuentas de tiempo mesoamericanas, lo que veo claro es que, al igual que las unidades de medida, que además de representar la GM, la velocidad orbital y el geoide terrestre, son números cúbicos y aproximaciones a pi, las cuentas de tiempo además de ciclos astronómicos (representativos del entorno en la dimensión tiempo) también son números cúbicos y/o aproximaciones a pi (siendo la mejor a partir de  $91 \times 365$  valor computable en el nepohualtzintzin en base octal).

En definitiva, este estudio ha tratado con las dos unidades teotihuacanas de longitud, de proporción  $7657/6000$  y el canon anatómico teotihuacano, de envergadura y altura  $8000 (20^3)$  y  $7657 (20^3 - 7^3)$  respectivamente, una solución más representativa cualitativamente (precisión) y cuantitativamente (número de vínculos) que ninguna otra que conozca. También se pone interés en que se desarrollen más estudios sobre los números cúbicos en matemáticas mesoamericanas, interés que quizás se haga comparable al existente para la proporción entre el 13 y el 20, números en los que se descompone la cuenta de 260 días. El nepohualtzintzin

puede aprovecharse mucho en enseñanza de teoría de números mientras que la redondez de los 3 valores físicos en unidades teotihuacanas son ideales para memorizar y operar con ellos. Los cánones en sí también tienen aplicación en un arte que se apoye en matemáticas.

## REFERENCIAS

- Avelino, H. (1996). El sistema de numeración en Pame central. *Anales de Antropología*, 33 (1996-1999), 33, 345-359. Recuperado el 16 de agosto de 2018 en [http://www.revistas.unam.mx/index.php/antropologia/article/viewFile/23541/pdf\\_783](http://www.revistas.unam.mx/index.php/antropologia/article/viewFile/23541/pdf_783)
- Bernal Romero, G. (2014). El fuego, el taladro y el tlacuache. Ritos de *Joch' K'ahk'* y otras ceremonias de fuego en el Clásico. *Arqueología Mexicana*, 128, 67-71.
- Colmenero-Vargas, I. (2016). *Cánones anatómicos*. Argentina: Editora Rove. Recuperado el 16 de agosto de 2018 en <https://es.calameo.com/books/00056244627a6cac7ebef>
- Dehouve, D. (2014). Las medidas corporales en los rituales mexicanos. *Ateliers d'anthropologie*, 40. Recuperado de <http://ateliers.revues.org/9643>
- De la Hoz, R. (1996). La proporción cordobesa. En *Actas de las VII Jornadas Andaluzas de Educación matemática "Thales"* (pp. 67-84). Córdoba: Editorial Publicaciones de la Universidad de Córdoba.
- Harleston, H. (2008). *Mathematics of ancient architecture*. Recuperado el 16 de agosto de 2018 en <http://www.hharlestonjr.com/home.html>
- Quiñones-Garza, H., & Pájaro-Huertas, D. (2011). Sobre el ciclo maya de 819 días. *Ciencia Ergo Sum*, 18(3), 307-311. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=10420073013>
- Sgarbi, C. (2014). Il Vitruvio ferrarese, alcuni dettagli quasi invisibili e un autore: Giacomo Andrea da Ferrara. En Centro internazionale distudi di architettura Andrea Palladio (Edits.), Giocondo umanista, architetto e antiquário. A cura di Pierre Gros e Pier Nicola Pagliara (pp. 121-132). Venezia, Italia: Marsilio editori.
- Sugiyama, S. (2010). Teotihuacan city layout as a cosmogram: Preliminary results of the 2007 Measurement Unit Study. En I. Morley & C. Renfrew (Edits.), *The Archaeology of Measurement: Comprehending Heaven, Earth and Time in Ancient Societies* (pp. 130-149). Cambridge: University Press.
- Tibón, G. (1981). *El ombligo como centro cósmico: Una contribución a la historia de las religiones*. Mexico: Fondo de cultura económica.